

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ  
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

**С. М. Лісовець,  
С. В. Барилко**

# **РОБОТОТЕХНІКА**

## **ПРАКТИКУМ. ЧАСТИНА 1**

Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського  
як навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра  
за освітньо-професійною програмою  
«Комп'ютерно-інтегровані системи та технології в приладобудуванні»  
спеціальності 174 Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка  
(151 Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології)

Електронне мережне навчальне видання

Київ  
КПІ ім. Ігоря Сікорського  
2023

Рецензенти: *Мураховський С. А.*, кандидат технічних наук, доцент кафедри комп'ютерно-інтегрованих оптичних та навігаційних систем НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського»  
*Дроменко В. Б.*, кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри інформаційних та комп'ютерних технологій Київського національного університету технологій та дизайну

Відповідальний редактор: *Безуглий М. О.*, доктор технічних наук, професор

*Гриф надано Методичною радою КПІ імені Ігоря Сікорського  
(протокол № 8 від 02.06.2023 р.)  
за поданням Вченої ради Приладобудівного факультету  
(протокол № 5/23 від 29.05.2023 р.)*

Робототехніка. Практикум. Частина 1 [Електронний ресурс] : навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра за освітньо-професійною програмою «Комп'ютерно-інтегровані системи та технології в приладобудуванні» спеціальності 174 Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка (151 Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології) / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; автори: С. М. Лісовець, С. В. Барилко. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,25 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023. – 78 с. – Назва з екрана.

В 1-й частині практикуму розглядаються питання, присвячені дослідженню: рухів, кінематичної схеми, робочого простору, переміщення і повороту ланки (групи ланок) маніпулятора промислового робота, взаємного зв'язку між положенням інструменту та матрицями переміщення і повороту маніпулятора промислового робота, взаємного зв'язку між швидкістю і прискоренням інструменту та обертами і моментом електричного двигуна електромеханічного приводу шарніра маніпулятора промислового робота, властивостей пневматичного приводу і пневматично-гідравлічного підсилювача, зусиль затискання приводів і утримання схопів маніпуляторів промислових роботів, аналогового і цифрового керування електромеханічним приводом шарніра маніпулятора промислового робота по швидкості. Практикум призначений для здобувачів ступеня бакалавра за освітньо-професійною програмою «Комп'ютерно-інтегровані системи та технології в приладобудуванні» спеціальності 174 Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка (151 Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології), а також всім, хто цікавиться робототехнікою.

Реєстр. № НП 22/23-776. Обсяг 2,08 авт. арк.

Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»  
проспект Перемоги, 37, м. Київ, 03056  
<https://kpi.ua>

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців, виготовлювачів і розповсюджувачів видавничої продукції ДК № 5354 від 25.05.2017 р.

© С. М. Лісовець, С. В. Барилко  
© КПІ імені Ігоря Сікорського, 2023

## ЗМІСТ

ЗМІСТ .....	3
ПЕРЕДМОВА .....	5
ВСТУП.....	6
1. ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ. РУХИ, КІНЕМАТИЧНА СХЕМА, РОБОЧИЙ ПРОСТІР, ПЕРЕМІЩЕННЯ І ПОВОРОТ ЛАНКИ (ГРУПИ ЛАНОК).....	7
1.1. План проведення практичного заняття.....	7
1.2. Практичне завдання.....	7
1.3. Приклад виконання практичного завдання.....	11
1.4. Питання для самоперевірки .....	14
1.5. Рекомендована література .....	14
2. ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ. ПРЯМА КІНЕМАТИЧНА ЗАДАЧА.....	15
2.1. План проведення практичного заняття.....	15
2.2. Практичне завдання.....	15
2.3. Приклад виконання практичного завдання.....	20
2.4. Питання для самоперевірки .....	26
2.5. Рекомендована література .....	26
3. ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ. ОБЕРНЕНА КІНЕМАТИЧНА ЗАДАЧА.....	27
3.1. План проведення практичного заняття.....	27
3.2. Практичне завдання.....	27
3.3. Приклад виконання практичного завдання.....	29
3.4. Питання для самоперевірки .....	32
3.5. Рекомендована література .....	32
4. ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ. ПРЯМА ДИНАМІЧНА ЗАДАЧА.....	33
4.1. План проведення практичного заняття.....	33
4.2. Практичне завдання.....	33
4.3. Приклад виконання практичного завдання.....	39
4.4. Питання для самоперевірки .....	41
4.5. Рекомендована література .....	41
5. ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ. ОБЕРНЕНА ДИНАМІЧНА ЗАДАЧА.....	42
5.1. План проведення практичного заняття.....	42
5.2. Практичне завдання.....	42
5.3. Приклад виконання практичного завдання.....	44
5.4. Питання для самоперевірки .....	45
5.5. Рекомендована література .....	45

6. ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ. ПНЕВМАТИЧНИЙ ПРИВІД І ПНЕВМАТИЧНО-ГІДРАВЛІЧНИЙ ПІДСИЛЮВАЧ .....	46
6.1. План проведення практичного заняття.....	46
6.2. Практичне завдання.....	46
6.3. Приклад виконання практичного завдання.....	48
6.4. Питання для самоперевірки .....	52
6.5. Рекомендована література .....	52
7. ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ. ЗУСИЛЛЯ ЗАТИСКАННЯ ПРИВОДІВ І УТРИМАННЯ СХОПІВ .....	53
7.1. План проведення практичного заняття.....	53
7.2. Практичне завдання.....	53
7.3. Приклад виконання практичного завдання.....	57
7.4. Питання для самоперевірки .....	60
7.5. Рекомендована література .....	60
8. ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ. АНАЛОГОВЕ КЕРУВАННЯ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИМ ПРИВОДОМ ПО ШВИДКОСТІ.....	61
8.1. План проведення практичного заняття.....	61
8.2. Практичне завдання.....	61
8.3. Приклад виконання практичного завдання.....	62
8.4. Питання для самоперевірки .....	69
8.5. Рекомендована література .....	69
9. ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ. ЦИФРОВЕ КЕРУВАННЯ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИМ ПРИВОДОМ ПО ШВИДКОСТІ.....	70
9.1. План проведення практичного заняття.....	70
9.2. Практичне завдання.....	70
9.3. Приклад виконання практичного завдання.....	71
9.4. Питання для самоперевірки .....	77
9.5. Рекомендована література .....	77
СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ .....	78

## ПЕРЕДМОВА

Робототехніка як прикладна наука, яка займається обґрунтуванням доцільності використання роботів в різних сферах діяльності людини, їх проектуванням, створенням, експлуатацією, обслуговуванням, ремонтом і так далі протягом останніх десятиліть добре себе зарекомендувала. Область використання роботів постійно розширюється, а їх складність постійно зростає. Це пов'язано як з неперервним розвитком безпосередньо робототехніки, так і з технічним прогресом людства в цілому. Роботи в тому або іншому вигляді використовуються в промисловості (найбільш широке застосування), у військовій справі, в сільському господарстві, при видобутку корисних копалин, в логістиці, при виконанні аварійно-рятувальних робіт, в медицині тощо.

Сучасні роботи в залежності від задач, для яких вони призначені, можуть оснащуватися різними додатковими системами: кінестетичними, локаційними, візуальними, тактильними тощо. Деяких з сучасних роботів розробники обладнують штучним інтелектом, і в цьому напрямі є значний прогрес. Штучний інтелект дає можливість роботам в реальному часі оцінювати навколишній світ і приймати відповідні рішення (наприклад, переміщувати вироби з одного місця в інше по оптимальній траєкторії).

Використання роботів часто дозволяє зменшити або повністю уникнути впливу “людського фактору” – наприклад, втоми людини від монотонності виробничого процесу, роботи в нічні зміни тощо. Це дозволяє принципово підвищити якість кінцевого результату використання роботів. Часто роботи розробляються під конкретні вузькоспеціалізовані задачі і мають унікальні характеристики.

Незважаючи на дуже широке різноманіття конструкцій роботів, більшість з них все ж таки можна звести до невеликої кількості типових. Наприклад, для приведення ланок маніпуляторів роботів в рух звичайно використовуються електромеханічні, електрогідравлічні і/або електропневматичні приводи, рух одних ланок відносно інших є поступальним або обертальним, для опису такого руху використовуються рівняння кінематики і динаміки, а для керування таким рухом використовуються системи автоматичного керування із зворотним зв'язком.

Таким чином, знання основних принципів побудови сучасних роботів дає можливість не тільки розібратися в будові вже існуючих роботів, але й створювати нові.

## ВСТУП

Практикум з дисципліни “Робототехніка” передбачає розв’язання основних завдань, які відносяться до робототехніки. Він складається з двох частин: частини 1 і частини 2. Частина 1, в свою чергу, складається з дев’яти практичних занять. Кожне практичне заняття утримує план проведення, завдання, приклад виконання, питання для самоперевірки і рекомендовану літературу.

Зокрема, 1-ше практичне заняття присвячено дослідженню рухів, кінематичної схеми, робочого простору, переміщення і повороту ланки (групи ланок) маніпулятора промислового робота; 2-ге практичне заняття присвячено дослідженню прямої кінематичної задачі (знаходження положення інструменту маніпулятора промислового робота в залежності від матриць переміщення і повороту); 3-тє практичне заняття присвячено дослідженню оберненої кінематичної задачі (знаходження матриць переміщення і повороту в залежності від положення інструменту маніпулятора промислового робота); 4-те практичне заняття присвячено дослідженню прямої динамічної задачі (знаходження швидкості і прискорення інструменту маніпулятора промислового робота); 5-те практичне заняття присвячено дослідженню оберненої динамічної задачі (знаходження обертів і моменту електричного двигуна електромеханічного приводу шарніра маніпулятора промислового робота); 6-те практичне заняття присвячено дослідженню пневматичного приводу і пневматично-гідравлічного підсилювача (розрахунок основних параметрів пневматичного приводу маніпулятора промислового робота і пневматично-гідравлічного підсилювача); 7-ме практичне заняття присвячено дослідженню зусиль затискання приводів і утримання схопів маніпуляторів промислових роботів (розрахунок зусилля утримання схопів і маси деталі, яку зможуть утримувати дві губки); 8-ме практичне заняття присвячено дослідженню аналогового керування електромеханічним приводом шарніра маніпулятора промислового робота по швидкості (знаходження налаштувань аналогового регулятора, побудова перехідного процесу і визначення якості регулювання); 9-те практичне заняття присвячено дослідженню цифрового керування електромеханічним приводом шарніра маніпулятора промислового робота по швидкості (знаходження налаштувань цифрового регулятора, побудова перехідного процесу і визначення якості регулювання).

# 1. ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ.

## РУХИ, КІНЕМАТИЧНА СХЕМА, РОБОЧИЙ ПРОСТІР, ПЕРЕМІЩЕННЯ І ПОВОРОТ ЛАНКИ (ГРУПИ ЛАНОК)

### 1.1. План проведення практичного заняття

Практичне заняття присвячене дослідженню рухів, кінематичної схеми, робочого простору, переміщення і повороту ланки (групи ланок) маніпулятора промислового робота.

### 1.2. Практичне завдання

1. За індексом рухомості визначити рухи, кінематичну схему і робочий простір (приблизно) маніпулятора промислового робота (див. табл. 1.1).

Таблиця 1.1. Варіанти завдань

№ з/п	Індекс рухомості	№ з/п	Індекс рухомості
1	2	3	4
1	$\Pi_x - \Pi_z - O_x - O_z$	16	$O_x - O_y - O_z - \Pi_y$
2	$\Pi_x - \Pi_y - O_y$	17	$\Pi_x - \Pi_y - \Pi_z - O_y$
3	$\Pi_y - \Pi_z - O_x - O_y$	18	$\Pi_y - \Pi_z - O_y - O_z$
4	$O_x - O_y - O_z - \Pi_x$	19	$\Pi_x - \Pi_z - O_y - O_z$
5	$\Pi_x - \Pi_z - O_x$	20	$\Pi_x - \Pi_y - O_x - O_z$
6	$\Pi_x - \Pi_z - O_z$	21	$\Pi_x - \Pi_y - \Pi_z - O_y - O_z$
7	$O_x - O_y - O_z - \Pi_z$	22	$\Pi_x - \Pi_y - O_z$
8	$\Pi_x - \Pi_y - \Pi_z - O_x$	23	$\Pi_z - O_x - O_z$
9	$O_x - O_y - O_z$	24	$\Pi_x - \Pi_y - \Pi_z - O_x - O_z$
10	$\Pi_y - O_x - O_z$	25	$\Pi_x - \Pi_y - \Pi_z$
11	$\Pi_x - \Pi_z - O_x - O_y$	26	$\Pi_x - \Pi_y - \Pi_z - O_x - O_y$
12	$\Pi_y - \Pi_z - O_x - O_z$	27	$\Pi_x - \Pi_z - O_y$
13	$\Pi_x - \Pi_y - O_x - O_y$	28	$\Pi_x - \Pi_y - O_y - O_z$
14	$\Pi_x - O_y - O_z$	29	$\Pi_y - \Pi_z - O_z$
15	$\Pi_y - O_y - O_z$	30	$\Pi_y - \Pi_z - O_x$

2. До  $i$ -го шарніра маніпулятора промислового робота прив'язана система координат шарніра  $O_i x_i y_i z_i$ .

З  $i$ -м шарніром маніпулятора промислового робота зв'язана  $i$ -та ланка

(група ланок) маніпулятора промислового робота з інструментом, яка може (які можуть) як єдине ціле переміщатися на відстані  $\Delta x_i$  відносно осі  $x_i$ ,  $\Delta y_i$  відносно осі  $y_i$  і/або  $\Delta z_i$  відносно осі  $z_i$ .

Положення інструменту маніпулятора промислового робота в системі координат  $i$ -го шарніра  $O_i x_i y_i z_i$  задається вектором  $\vec{r}_i$ .

Знайти вектор  $\vec{r}_i$  після його переміщення на відстані  $\Delta x_i$  відносно осі  $x_i$ ,  $\Delta y_i$  відносно осі  $y_i$  і/або  $\Delta z_i$  відносно осі  $z_i$  (наприклад, на рис. 1.1 показано переміщення вектора  $\vec{r}_i$  на відстань  $\Delta x_i$  відносно осі  $x_i$ ) (див. табл. 1.2).

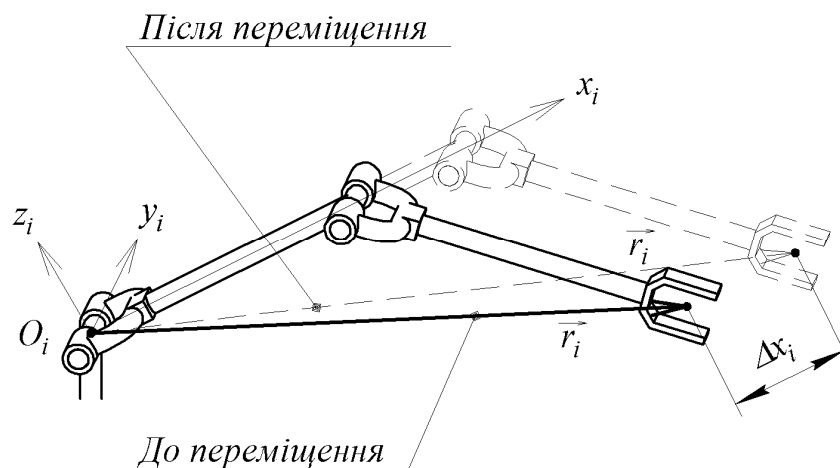


Рисунок 1.1. Переміщення вектора  $\vec{r}_i$  на відстань  $\Delta x_i$  відносно осі  $x_i$

Таблиця 1.2. Варіанти завдань

№ з/п	$\vec{r}_i$ , мм	$\Delta x_i$ , мм	$\Delta y_i$ , мм	$\Delta z_i$ , мм	№ з/п	$\vec{r}_i$ , мм	$\Delta x_i$ , мм	$\Delta y_i$ , мм	$\Delta z_i$ , мм
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	$\begin{pmatrix} 110 \\ 830 \\ -870 \end{pmatrix}$	-14	16	20	16	$\begin{pmatrix} -470 \\ -270 \\ 800 \end{pmatrix}$	5	7	-9
2	$\begin{pmatrix} 320 \\ -420 \\ 840 \end{pmatrix}$	-8	6	-17	17	$\begin{pmatrix} 650 \\ -640 \\ -750 \end{pmatrix}$	-1	15	-11
3	$\begin{pmatrix} -670 \\ 220 \\ 610 \end{pmatrix}$	-2	13	-3	18	$\begin{pmatrix} -520 \\ 450 \\ -810 \end{pmatrix}$	10	-12	18
4	$\begin{pmatrix} 260 \\ 410 \\ -60 \end{pmatrix}$	4	-19	9	19	$\begin{pmatrix} -510 \\ -280 \\ 100 \end{pmatrix}$	6	-7	8
5	$\begin{pmatrix} 590 \\ -540 \\ 200 \end{pmatrix}$	-19	13	2	20	$\begin{pmatrix} 570 \\ -440 \\ -130 \end{pmatrix}$	-12	-4	3



Продовження табл. 1.2.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
6	$\begin{pmatrix} -10 \\ 90 \\ 290 \end{pmatrix}$	1	-17	10	21	$\begin{pmatrix} -300 \\ 20 \\ -310 \end{pmatrix}$	-14	11	16
7	$\begin{pmatrix} 630 \\ 880 \\ -70 \end{pmatrix}$	-5	20	-15	22	$\begin{pmatrix} -50 \\ -900 \\ 620 \end{pmatrix}$	18	1	7
8	$\begin{pmatrix} 150 \\ -740 \\ 730 \end{pmatrix}$	16	-18	-3	23	$\begin{pmatrix} 680 \\ -700 \\ -720 \end{pmatrix}$	-4	-17	-11
9	$\begin{pmatrix} -850 \\ 120 \\ 690 \end{pmatrix}$	-8	-13	-20	24	$\begin{pmatrix} -350 \\ 770 \\ -780 \end{pmatrix}$	15	-14	-10
10	$\begin{pmatrix} 370 \\ 890 \\ -550 \end{pmatrix}$	12	-2	9	25	$\begin{pmatrix} -530 \\ -190 \\ 250 \end{pmatrix}$	-5	-19	-6
11	$\begin{pmatrix} 170 \\ -390 \\ 500 \end{pmatrix}$	11	-20	-6	26	$\begin{pmatrix} 430 \\ -790 \\ -160 \end{pmatrix}$	-10	-19	13
12	$\begin{pmatrix} -600 \\ 400 \\ 380 \end{pmatrix}$	-15	-7	-16	27	$\begin{pmatrix} -480 \\ 80 \\ -860 \end{pmatrix}$	5	1	-3
13	$\begin{pmatrix} 330 \\ 560 \\ -490 \end{pmatrix}$	18	-9	4	28	$\begin{pmatrix} -760 \\ -180 \\ 30 \end{pmatrix}$	8	14	-17
14	$\begin{pmatrix} 460 \\ -820 \\ 580 \end{pmatrix}$	-12	-2	-17	29	$\begin{pmatrix} 360 \\ -230 \\ -710 \end{pmatrix}$	-13	-1	18
15	$\begin{pmatrix} -240 \\ 210 \\ 40 \end{pmatrix}$	6	-14	-11	30	$\begin{pmatrix} -340 \\ 140 \\ -660 \end{pmatrix}$	12	-20	4

Знайти проекції вектора  $\vec{r}_i$  до переміщення і після переміщення на площини  $O_i x_i y_i$ ,  $O_i x_i z_i$  і  $O_i y_i z_i$ .

3. До  $i$ -го шарніра маніпулятора промислового робота прив'язана система координат шарніра  $O_i x_i y_i z_i$ ,

З  $i$ -м шарніром маніпулятора промислового робота зв'язана  $i$ -та ланка (група ланок) маніпулятора промислового робота з інструментом, яка може (які можуть) як єдине ціле повертатися навколо однієї з осей  $x_i$ ,  $y_i$  або  $z_i$ ,

Положення інструменту маніпулятора промислового робота в системі координат  $i$ -го шарніра  $O_i x_i y_i z_i$  задається вектором  $\vec{r}_i$ ,

Знайти вектор  $\vec{r}_i$  після його повороту на кут  $\varphi_i$  навколо однієї з осей  $x_i$ ,  $y_i$  або  $z_i$ , використовуючи формулу Родрігеса (наприклад, на рис. 1,2 показано поворот вектора  $\vec{r}_i$  на кут  $\varphi_i$  навколо осі  $y_i$ ).

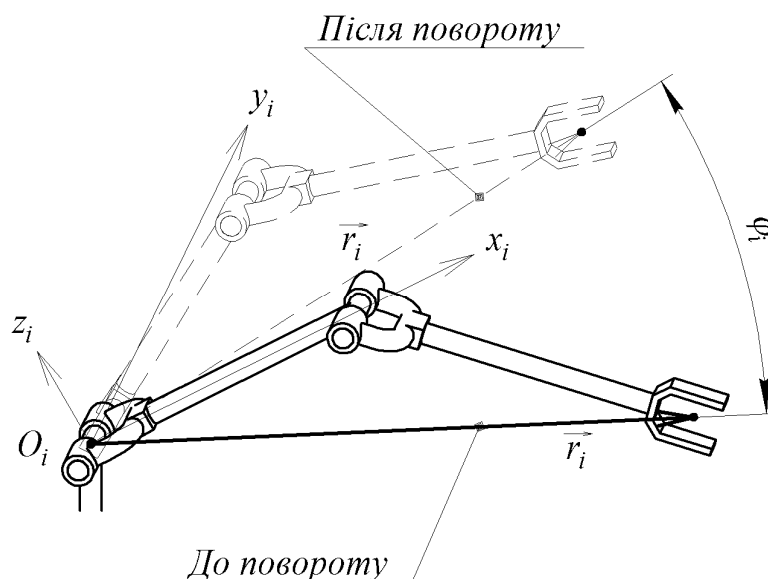


Рисунок 1,2, Поворот вектора  $\vec{r}_i$  на кут  $\varphi_i$  навколо осі  $y_i$

Знайти проєкції вектора  $\vec{r}_i$  до повороту і після повороту на площину, яка перпендикулярна до цієї осі (див. табл. 1.3).

Таблиця 1.3. Варіанти завдань

№ з/п	$\vec{r}_i$ , мм	$\varphi_i$ , °	Вісь	№ з/п	$\vec{r}_i$ , мм	$\varphi_i$ , °	Вісь
1	2	3	4	5	6	7	8
1	$\begin{pmatrix} -50 \\ 180 \\ 290 \end{pmatrix}$	5	$x_i$	16	$\begin{pmatrix} 20 \\ -160 \\ -240 \end{pmatrix}$	-130	$x_i$
2	$\begin{pmatrix} -300 \\ 10 \\ 150 \end{pmatrix}$	-10	$y_i$	17	$\begin{pmatrix} 230 \\ -70 \\ -190 \end{pmatrix}$	135	$y_i$
3	$\begin{pmatrix} 200 \\ 250 \\ -20 \end{pmatrix}$	60	$z_i$	18	$\begin{pmatrix} -140 \\ -210 \\ 60 \end{pmatrix}$	-65	$z_i$
4	$\begin{pmatrix} 70 \\ 170 \\ -260 \end{pmatrix}$	-95	$x_i$	19	$\begin{pmatrix} -50 \\ -130 \\ 270 \end{pmatrix}$	125	$x_i$
5	$\begin{pmatrix} 280 \\ -90 \\ 110 \end{pmatrix}$	110	$y_i$	20	$\begin{pmatrix} -220 \\ 90 \\ -120 \end{pmatrix}$	-105	$y_i$

Продовження табл. 1.3.

1	2	3	4	5	6	7	8
6	$\begin{pmatrix} 190 \\ -240 \\ 100 \end{pmatrix}$	-30	$z_i$	21	$\begin{pmatrix} -180 \\ 260 \\ -60 \end{pmatrix}$	145	$z_i$
7	$\begin{pmatrix} -60 \\ 140 \\ 280 \end{pmatrix}$	120	$x_i$	22	$\begin{pmatrix} 90 \\ -120 \\ -280 \end{pmatrix}$	-20	$x_i$
8	$\begin{pmatrix} -270 \\ 30 \\ 130 \end{pmatrix}$	-15	$y_i$	23	$\begin{pmatrix} 210 \\ -20 \\ -110 \end{pmatrix}$	115	$y_i$
9	$\begin{pmatrix} 170 \\ 290 \\ -80 \end{pmatrix}$	75	$z_i$	24	$\begin{pmatrix} -150 \\ -230 \\ 30 \end{pmatrix}$	-50	$z_i$
10	$\begin{pmatrix} 40 \\ 200 \\ -250 \end{pmatrix}$	-90	$x_i$	25	$\begin{pmatrix} -40 \\ -160 \\ 300 \end{pmatrix}$	40	$x_i$
11	$\begin{pmatrix} 300 \\ -10 \\ 110 \end{pmatrix}$	55	$y_i$	26	$\begin{pmatrix} -290 \\ 70 \\ -160 \end{pmatrix}$	-80	$y_i$
12	$\begin{pmatrix} 200 \\ -230 \\ 30 \end{pmatrix}$	-45	$z_i$	27	$\begin{pmatrix} -130 \\ 240 \\ -100 \end{pmatrix}$	25	$z_i$
13	$\begin{pmatrix} -100 \\ 150 \\ 210 \end{pmatrix}$	35	$x_i$	28	$\begin{pmatrix} 80 \\ -140 \\ -220 \end{pmatrix}$	-140	$x_i$
14	$\begin{pmatrix} -260 \\ 40 \\ 170 \end{pmatrix}$	-100	$y_i$	29	$\begin{pmatrix} 250 \\ -10 \\ -190 \end{pmatrix}$	150	$y_i$
15	$\begin{pmatrix} 180 \\ 220 \\ -80 \end{pmatrix}$	70	$z_i$	30	$\begin{pmatrix} -120 \\ -270 \\ 50 \end{pmatrix}$	-85	$z_i$

### 1.3. Приклад виконання практичного завдання

1. Нехай, наприклад, заданий індекс рухомості маніпулятора промислового робота, який має вигляд

$$O_z - O_x - \Pi_x - \Pi_y - \Pi_z.$$

Отже, маніпулятор промислового робота може забезпечити: поворот навколо осі  $z$ , поворот навколо осі  $x$ , переміщення вздовж осі  $x$ , переміщення вздовж осі  $y$  і переміщення вздовж осі  $z$ .

Рухи маніпулятора промислового робота наведено на рис. 1.3.

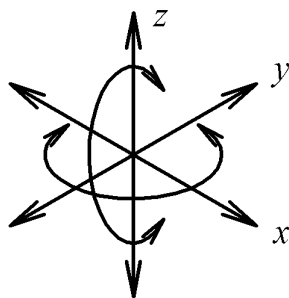


Рисунок 1.3. Рухи маніпулятора промислового робота

Кінематичну схему маніпулятора промислового робота наведено на рис. 1.4.

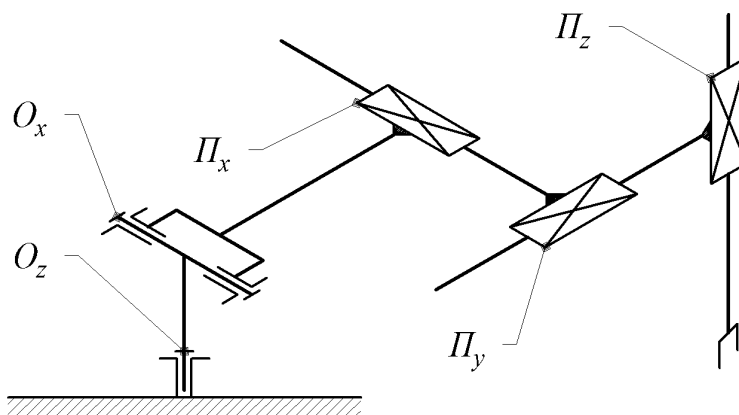


Рисунок 1.4. Кінематична схема маніпулятора промислового робота

Робочій простір (приблизно) маніпулятора промислового робота наведено на рис. 1.5.

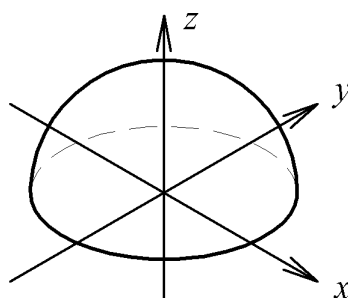


Рисунок 1.5. Робочій простір (приблизно) маніпулятора промислового робота

2. Нехай, наприклад, задані вектор  $\vec{r}_i = \begin{pmatrix} -120 \\ -170 \\ 140 \end{pmatrix}$  мм, відстань  $\Delta x_i = 2$  мм, відстань  $\Delta y_i = 4$  мм і відстань  $\Delta z_i = -5$  мм.

Отже, вектор  $\vec{r}_i$  після переміщення відносно осей  $x_i$ ,  $y_i$  і  $z_i$  буде мати наступний вигляд:

$$\vec{r}_i = \vec{r}_i + \begin{pmatrix} \Delta x_i \\ \Delta y_i \\ \Delta z_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{x_i} \\ r_{y_i} \\ r_{z_i} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta x_i \\ \Delta y_i \\ \Delta z_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -120 \\ -170 \\ 140 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -118 \\ -166 \\ 135 \end{pmatrix} \text{ мм.}$$

3. Нехай, наприклад, задані вектор  $\vec{r}_i = \begin{pmatrix} 120 \\ 90 \\ 70 \end{pmatrix}$  мм, кут  $\varphi_i = 32^\circ$  і вісь  $y_i$ .

Для осі  $y_i$  одиничний вектор має наступний вигляд:

$$\vec{e} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Отже (згідно з формулою Родрігеса), вектор  $\vec{r}_i$  після повороту навколо одиничного вектора  $\vec{e}$  (який співпадає з віссю  $y_i$ ) буде мати наступний вигляд:

$$\begin{aligned} \vec{r}_i &= (1 - \cos(\varphi_i))(\vec{e} \cdot \vec{r}_i)\vec{e} + \sin(\varphi_i)(\vec{e} \times \vec{r}_i) + \cos(\varphi_i)\vec{r}_i = (1 - \cos(\varphi_i)) \cdot \\ &\cdot \left( \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} r_{x_i} \\ r_{y_i} \\ r_{z_i} \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \sin(\varphi_i) \left( \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} r_{x_i} \\ r_{y_i} \\ r_{z_i} \end{pmatrix} \right) + \cos(\varphi_i) \begin{pmatrix} r_{x_i} \\ r_{y_i} \\ r_{z_i} \end{pmatrix} = \\ &= (1 - \cos(32^\circ)) \left( \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 120 \\ 90 \\ 70 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \sin(32^\circ) \left( \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 120 \\ 90 \\ 70 \end{pmatrix} \right) + \\ &\quad + \cos(32^\circ) \begin{pmatrix} 120 \\ 90 \\ 70 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 138,860120 \\ 90,000000 \\ -4,226945 \end{pmatrix} \text{ мм.} \end{aligned}$$

Проекції вектора  $\vec{r}_i$  до повороту і після повороту на площину  $O_i x_i z_i$  (яка перпендикулярна до осі  $y_i$ ) наведено на рис. 1.6.

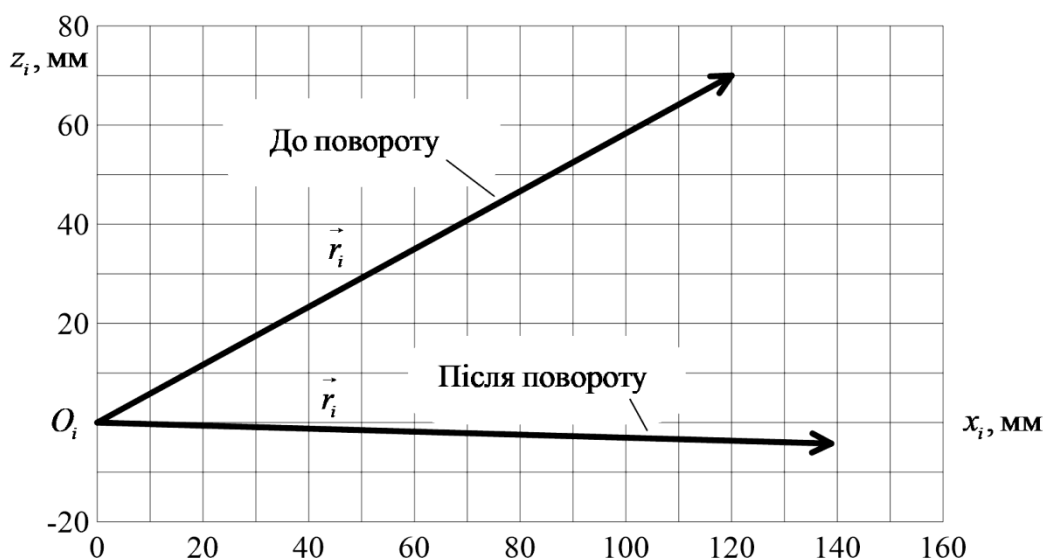


Рисунок 1.6. Проекції вектора  $\vec{r}_i$  до повороту і після повороту на площину  $O_i x_i z_i$

### **1.4. Питання для самоперевірки**

1. Як промислові маніпуляційні роботи класифікуються за спеціалізацією?
2. Як промислові маніпуляційні роботи класифікуються за вантажопідйомністю?
3. Як промислові маніпуляційні роботи класифікуються за способом керування?
4. Як промислові маніпуляційні роботи класифікуються за способом програмування?
5. Як промислові маніпуляційні роботи класифікуються за типом приводу?
6. Як промислові маніпуляційні роботи класифікуються за можливістю пересування?
7. Як промислові маніпуляційні роботи класифікуються за здійснюваною технологічною операцією?
8. Як промислові маніпуляційні роботи класифікуються за кінематичною схемою?
9. Як промислові маніпуляційні роботи класифікуються за способом установа на робочому місці?
10. Що таке глобальна система координат?
11. Що таке система координат основи?
12. Що таке система координат шарніра?
13. Що таке система координат механічного інтерфейсу?
14. Що таке система координат інструменту?
15. Що таке узагальнені координати?
16. Що таке індекс рухомості?
17. Що таке глобальні (міжопераційні) рухи?
18. Що таке регіональні (операційні) рухи?
19. Що таке локальні (технологічні) рухи?
20. Що таке ланка?
21. Що таке поступальний шарнір (призматичний шарнір)?
22. Що таке обертальний шарнір?
23. Що таке кінематична схема маніпулятора промислового робота?
24. Що таке робочий простір маніпулятора промислового робота?

### **1.5. Рекомендована література**

Базова література: [1–4].

Додаткова література: [1–4].

## 2. ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ. ПРЯМА КІНЕМАТИЧНА ЗАДАЧА

### 2.1. План проведення практичного заняття

Практичне заняття присвячене дослідженню прямої кінематичної задачі маніпулятора промислового робота.

### 2.2. Практичне завдання

1. До  $i$ -го шарніра маніпулятора промислового робота прив'язана система координат шарніра  $O_i x_i y_i z_i$ .

З  $i$ -м шарніром маніпулятора промислового робота зв'язана  $i$ -та ланка маніпулятора промислового робота з інструментом.

Положення інструменту маніпулятора промислового робота в системі координат інструменту  $O_{i+1} x_{i+1} y_{i+1} z_{i+1}$  задається вектором  $\vec{r}_{i+1}$ .

Зв'язок між системою координат шарніра  $O_i x_i y_i z_i$  і системою координат інструменту  $O_{i+1} x_{i+1} y_{i+1} z_{i+1}$  задається за допомогою матриці переміщення  $T_i$ , яка має відповідну складову  $T_{x_i}$ , і за допомогою матриці повороту  $R_i$ , яка має відповідну складову  $\varphi_{x_i}$ .

Знайти вектор  $\vec{r}_i$  в системі координат  $i$ -го шарніра  $O_i x_i y_i z_i$ , який відповідає вектору  $\vec{r}_{i+1}$  в системі координат інструменту  $O_{i+1} x_{i+1} y_{i+1} z_{i+1}$  (див. табл. 2.1).

Таблиця 2.1. Варіанти завдань

№ з/п	$\vec{r}_{i+1}$ , мм	$T_{x_i}$ , мм	$\varphi_{x_i}$ , °	№ з/п	$\vec{r}_{i+1}$ , мм	$T_{x_i}$ , мм	$\varphi_{x_i}$ , °
1	2	3	4	5	6	7	8
1	$\begin{pmatrix} 83 \\ -81 \\ 11 \end{pmatrix}$	210	$-42^\circ$	16	$\begin{pmatrix} -4 \\ 15 \\ -25 \end{pmatrix}$	130	$9^\circ$
2	$\begin{pmatrix} -58 \\ 34 \\ -28 \end{pmatrix}$	150	$-18^\circ$	17	$\begin{pmatrix} 78 \\ -54 \\ 7 \end{pmatrix}$	60	$36^\circ$
3	$\begin{pmatrix} 43 \\ -86 \\ 59 \end{pmatrix}$	230	$38^\circ$	18	$\begin{pmatrix} -57 \\ 60 \\ -106 \end{pmatrix}$	140	$-24^\circ$

Продовження табл. 2.1.

1	2	3	4	5	6	7	8
4	$\begin{pmatrix} -20 \\ 100 \\ -71 \end{pmatrix}$	450	41 °	19	$\begin{pmatrix} 21 \\ -23 \\ 70 \end{pmatrix}$	190	7 °
5	$\begin{pmatrix} 6 \\ -113 \\ 118 \end{pmatrix}$	280	-33 °	20	$\begin{pmatrix} -115 \\ 40 \\ -99 \end{pmatrix}$	80	16 °
6	$\begin{pmatrix} -62 \\ 93 \\ -45 \end{pmatrix}$	100	22 °	21	$\begin{pmatrix} 65 \\ -85 \\ 51 \end{pmatrix}$	290	-30 °
7	$\begin{pmatrix} 94 \\ -55 \\ 79 \end{pmatrix}$	370	17 °	22	$\begin{pmatrix} -19 \\ 105 \\ -89 \end{pmatrix}$	310	-3 °
8	$\begin{pmatrix} -75 \\ 31 \\ -109 \end{pmatrix}$	270	34 °	23	$\begin{pmatrix} 32 \\ -110 \\ 107 \end{pmatrix}$	110	-1 °
9	$\begin{pmatrix} 16 \\ -38 \\ 39 \end{pmatrix}$	280	45 °	24	$\begin{pmatrix} -64 \\ 97 \\ -35 \end{pmatrix}$	160	17 °
10	$\begin{pmatrix} -76 \\ 74 \\ -116 \end{pmatrix}$	360	9 °	25	$\begin{pmatrix} 12 \\ -13 \\ 56 \end{pmatrix}$	190	-31 °
11	$\begin{pmatrix} 112 \\ -49 \\ 66 \end{pmatrix}$	60	40 °	26	$\begin{pmatrix} -9 \\ 24 \\ -22 \end{pmatrix}$	260	44 °
12	$\begin{pmatrix} -77 \\ 48 \\ -103 \end{pmatrix}$	420	-20 °	27	$\begin{pmatrix} 3 \\ -44 \\ 50 \end{pmatrix}$	300	14 °
13	$\begin{pmatrix} 1 \\ -30 \\ 104 \end{pmatrix}$	240	-10 °	28	$\begin{pmatrix} -119 \\ 95 \\ -61 \end{pmatrix}$	20	-7 °
14	$\begin{pmatrix} -73 \\ 69 \\ -111 \end{pmatrix}$	350	33 °	29	$\begin{pmatrix} 101 \\ -10 \\ 98 \end{pmatrix}$	290	-8 °
15	$\begin{pmatrix} 14 \\ -18 \\ 5 \end{pmatrix}$	320	-37 °	30	$\begin{pmatrix} -46 \\ 52 \\ -47 \end{pmatrix}$	220	-27 °

Розробити структуру перетворювача координат вектора  $\vec{r}_{i+1}$ , складової  $T_{x_i}$  і складової  $\varphi_{x_i}$  в координати вектора  $\vec{r}_i$ .

Створити модель перетворювача координат вектора  $\vec{r}_{i+1}$ , складової  $T_{x_i}$  і



складові  $\varphi_{x_i}$  в координати вектора  $\vec{r}_i$  (в пакеті Simulink) і виконати її симуляцію при різних значеннях  $\vec{r}_{i+1}$ ,  $T_{x_i}$  і  $\varphi_{x_i}$ .

2, До основи маніпулятора промислового робота прив'язана система координат основи  $O_0x_0y_0z_0$ .

З основою маніпулятора промислового робота зв'язаний 1-ий шарнір маніпулятора промислового робота і відповідна йому 1-ша ланка маніпулятора промислового робота, також до 1-го шарніра маніпулятора промислового робота прив'язана система координат шарніра  $O_1x_1y_1z_1$ . Зв'язок між системами координат  $O_0x_0y_0z_0$  і  $O_1x_1y_1z_1$  задається за допомогою матриці переміщення-повороту  $A_0$  (в однорідних координатах), яка має відповідні складові  $T_{z_0}$  і  $\varphi_{z_0}$ .

З 1-ою ланкою маніпулятора промислового робота зв'язаний 2-ий шарнір маніпулятора промислового робота і відповідна йому 2-га ланка маніпулятора промислового робота, також до 2-го шарніра маніпулятора промислового робота прив'язана система координат шарніра  $O_2x_2y_2z_2$ . Зв'язок між системами координат  $O_1x_1y_1z_1$  і  $O_2x_2y_2z_2$  задається за допомогою матриці переміщення-повороту  $A_1$  (в однорідних координатах), яка має відповідні складові  $T_{z_1}$  і  $\varphi_{y_1}$ .

З 2-ою ланкою маніпулятора промислового робота зв'язаний 3-ій шарнір маніпулятора промислового робота і відповідна йому 3-тя ланка маніпулятора промислового робота, також до 3-го шарніра маніпулятора промислового робота прив'язана система координат шарніра  $O_3x_3y_3z_3$ . Зв'язок між системами координат  $O_2x_2y_2z_2$  і  $O_3x_3y_3z_3$  задається за допомогою матриці переміщення-повороту  $A_2$  (в однорідних координатах), яка має відповідні складові  $T_{x_2}$  і  $\varphi_{y_2}$ .

З 3-ою ланкою маніпулятора промислового робота зв'язаний 4-ій шарнір маніпулятора промислового робота і відповідна йому 4-тя ланка маніпулятора промислового робота, також до 4-го шарніра маніпулятора промислового робота прив'язана система координат шарніра  $O_4x_4y_4z_4$ . Зв'язок між системами координат  $O_3x_3y_3z_3$  і  $O_4x_4y_4z_4$  задається за допомогою матриці переміщення-повороту  $A_3$  (в однорідних координатах), яка має відповідні складові  $T_{x_3}$  і  $\varphi_{y_3}$ .

З 4-ою ланкою маніпулятора промислового робота зв'язаний 5-ий шарнір маніпулятора промислового робота і відповідний йому інструмент маніпулятора промислового робота, також до інструменту маніпулятора промислового робота прив'язана система координат інструменту  $O_5x_5y_5z_5$ . Зв'язок між системами координат  $O_4x_4y_4z_4$  і  $O_5x_5y_5z_5$  задається за допомогою матриці переміщення-повороту  $A_4$  (в однорідних координатах), яка має

відповідні складові  $T_{x_4}$  і  $\varphi_{x_4}$ .

Положення інструменту в системі координат основи  $O_0x_0y_0z_0$  задається вектором  $\vec{r}_0$ , в системі координат шарніра  $O_1x_1y_1z_1$  – вектором  $\vec{r}_1$ , в системі координат шарніра  $O_2x_2y_2z_2$  – вектором  $\vec{r}_2$ , в системі координат шарніра  $O_3x_3y_3z_3$  – вектором  $\vec{r}_3$ , в системі координат шарніра  $O_4x_4y_4z_4$  – вектором  $\vec{r}_4$ , в системі координат інструменту  $O_5x_5y_5z_5$  вектором  $\vec{r}_5$ .

Знайти вектор  $\vec{r}_0$  в системі координат основи  $O_0x_0y_0z_0$ , який відповідає вектору  $\vec{r}_5$  в системі координат інструменту  $O_5x_5y_5z_5$ , якщо задані вектор  $\vec{r}_5$  і відповідні складові  $T_{z_0}$ ,  $\varphi_{z_0}$ ,  $T_{z_1}$ ,  $\varphi_{y_1}$ ,  $T_{x_2}$ ,  $\varphi_{y_2}$ ,  $T_{x_3}$ ,  $\varphi_{y_3}$ ,  $T_{x_4}$  і  $\varphi_{x_4}$  (див. табл. 2.2).

Таблиця 2.2. Варіанти завдань

№ з/п	$A_0$		$A_1$		$A_2$		$A_3$		$A_4$		$\vec{r}_5$ , мм
	$T_{z_0}$ , мм	$\varphi_{z_0}$ , °	$T_{z_1}$ , мм	$\varphi_{y_1}$ , °	$T_{x_2}$ , мм	$\varphi_{y_2}$ , °	$T_{x_3}$ , мм	$\varphi_{y_3}$ , °	$T_{x_4}$ , мм	$\varphi_{x_4}$ , °	
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>
1	250	-60	160	-22	580	8	490	27	255	86	$\vec{\begin{pmatrix} 15 \\ -30 \\ -190 \end{pmatrix}}$
2	500	5	240	-2	550	6	430	-9	195	144	$\vec{\begin{pmatrix} 25 \\ 30 \\ -200 \end{pmatrix}}$
3	300	95	200	10	610	20	580	30	215	178	$\vec{\begin{pmatrix} 20 \\ 30 \\ -160 \end{pmatrix}}$
4	450	-150	220	-10	670	10	670	-24	235	-68	$\vec{\begin{pmatrix} 25 \\ 30 \\ -170 \end{pmatrix}}$
5	350	-140	260	-20	520	4	700	9	275	-37	$\vec{\begin{pmatrix} 20 \\ -30 \\ -150 \end{pmatrix}}$
6	250	-40	180	-12	760	26	640	-39	275	-115	$\vec{\begin{pmatrix} 15 \\ -30 \\ -180 \end{pmatrix}}$
7	300	80	260	-16	640	30	520	-45	235	-161	$\vec{\begin{pmatrix} 15 \\ 30 \\ -200 \end{pmatrix}}$
8	450	-115	220	-8	730	-22	550	-18	215	-95	$\vec{\begin{pmatrix} 25 \\ 30 \\ -150 \end{pmatrix}}$

Продовження табл. 2.2.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
9	500	135	160	8	790	-8	610	24	255	-143	$\begin{pmatrix} 20 \\ 30 \\ -180 \end{pmatrix}$
10	350	15	200	22	700	-20	460	-30	195	-28	$\begin{pmatrix} 15 \\ 30 \\ -170 \end{pmatrix}$
11	350	130	240	-28	640	22	460	-33	215	13	$\begin{pmatrix} 20 \\ 30 \\ -170 \end{pmatrix}$
12	450	100	180	20	670	-28	610	-27	255	113	$\begin{pmatrix} 25 \\ 30 \\ -160 \end{pmatrix}$
13	250	-50	260	6	550	-6	700	15	195	40	$\begin{pmatrix} 25 \\ -30 \\ -190 \end{pmatrix}$
14	300	85	220	26	520	2	490	33	235	-110	$\begin{pmatrix} 20 \\ 30 \\ -190 \end{pmatrix}$
15	500	-25	180	-18	790	24	550	18	275	-125	$\begin{pmatrix} 15 \\ 30 \\ -150 \end{pmatrix}$
16	500	-125	240	18	760	28	640	-3	235	39	$\begin{pmatrix} 20 \\ 30 \\ -180 \end{pmatrix}$
17	350	145	160	-30	580	-12	670	3	195	51	$\begin{pmatrix} 15 \\ -30 \\ -200 \end{pmatrix}$
18	250	-20	200	-26	700	18	520	36	255	-81	$\begin{pmatrix} 25 \\ -30 \\ -170 \end{pmatrix}$
19	300	-35	160	14	730	-10	580	-42	215	-66	$\begin{pmatrix} 15 \\ -30 \\ -160 \end{pmatrix}$
20	450	55	220	-6	610	14	430	12	275	-178	$\begin{pmatrix} 25 \\ -30 \\ -200 \end{pmatrix}$
21	250	-120	240	-24	670	12	490	-12	275	128	$\begin{pmatrix} 20 \\ -30 \\ -190 \end{pmatrix}$

Продовження табл. 2.2.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
22	350	70	260	16	550	-16	460	39	195	-150	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 25 \\ 30 \\ -150 \end{pmatrix}}$
23	500	75	200	24	790	-26	550	42	235	38	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 20 \\ 30 \\ -170 \end{pmatrix}}$
24	300	-65	180	-14	610	-18	640	-21	215	172	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 15 \\ -30 \\ -160 \end{pmatrix}}$
25	450	-45	160	12	760	16	700	45	255	76	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 15 \\ -30 \\ -180 \end{pmatrix}}$
26	250	110	260x	4	730	-24	520	6	235	150	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 20 \\ -30 \\ -160 \end{pmatrix}}$
27	300	105	180	-4	640	-2	430	21	195	165	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 25 \\ -30 \\ -180 \end{pmatrix}}$
28	500	10	200	28	520	-14	580	-6	215	81	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 25 \\ 30 \\ -190 \end{pmatrix}}$
29	450	-90	240	30	700	-30	670	-36	255	-93	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 20 \\ 30 \\ -150 \end{pmatrix}}$
30	350	-30	220	2	580	-4	610	-15	275	109	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 15 \\ -30 \\ -200 \end{pmatrix}}$

### 2.3. Приклад виконання практичного завдання

1. Нехай, наприклад, задані вектор  $\overrightarrow{r_{i+1}} = \overrightarrow{\begin{pmatrix} r_{x_{i+1}} \\ r_{y_{i+1}} \\ r_{z_{i+1}} \end{pmatrix}} = \overrightarrow{\begin{pmatrix} 35 \\ -16 \\ -24 \end{pmatrix}}$  мм, складова

$T_{x_i} = 180$  мм і складова  $\varphi_{x_i} = 84^\circ$ .

Зв'язок між системою координат шарніра  $O_i x_i y_i z_i$  і системою координат інструменту  $O_{i+1} x_{i+1} y_{i+1} z_{i+1}$ , який визначається складовими  $T_{x_i}$  і  $\varphi_{x_i}$  (причому складові  $T_{y_i}$ ,  $T_{z_i}$ ,  $\varphi_{y_i}$  і  $\varphi_{z_i}$  відсутні) показано на рис. 2.1.

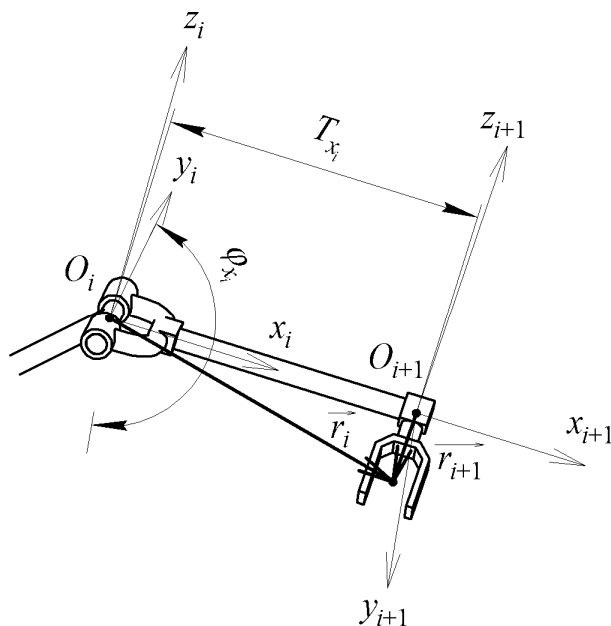


Рисунок 2.1. Зв'язок між системою координат шарніра  $O_i x_i y_i z_i$  і системою координат інструменту  $O_{i+1} x_{i+1} y_{i+1} z_{i+1}$

Вектор  $\overrightarrow{r_{i+1}}$  (в однорідних координатах) буде мати наступний вигляд:

$$\overrightarrow{r_{i+1}} = \begin{pmatrix} r_{x_{i+1}} \\ r_{y_{i+1}} \\ r_{z_{i+1}} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 35 \\ -16 \\ -24 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Матриця переміщення  $T_i$  (в однорідних координатах) має наступний вигляд:

$$T_i = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & T_{x_i} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Матриця повороту  $R_i$  (в однорідних координатах) має наступний вигляд:

$$R_i = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi_{x_i}) & -\sin(\varphi_{x_i}) & 0 \\ 0 & \sin(\varphi_{x_i}) & \cos(\varphi_{x_i}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Матриця переміщення-повороту  $A_i$  (в однорідних координатах) має наступний вигляд:

$$A_i = T_i R_i = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & T_{x_i} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi_{x_i}) & -\sin(\varphi_{x_i}) & 0 \\ 0 & \sin(\varphi_{x_i}) & \cos(\varphi_{x_i}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & T_{x_i} \\ 0 & \cos(\varphi_{x_i}) & -\sin(\varphi_{x_i}) & 0 \\ 0 & \sin(\varphi_{x_i}) & \cos(\varphi_{x_i}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Таким чином, вектор  $\vec{r}_i$  (в однорідних координатах) буде мати наступний вигляд:

$$\begin{aligned} \vec{r}_i = A_i \vec{r}_{i+1} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & T_{x_i} \\ 0 & \cos(\varphi_{x_i}) & -\sin(\varphi_{x_i}) & 0 \\ 0 & \sin(\varphi_{x_i}) & \cos(\varphi_{x_i}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \overrightarrow{\begin{pmatrix} r_{x_{i+1}} \\ r_{y_{i+1}} \\ r_{z_{i+1}} \\ 1 \end{pmatrix}} = \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 180 \\ 0 & \cos(84^\circ) & -\sin(84^\circ) & 0 \\ 0 & \sin(84^\circ) & \cos(84^\circ) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \overrightarrow{\begin{pmatrix} 35 \\ -16 \\ -24 \\ 1 \end{pmatrix}} = \overrightarrow{\begin{pmatrix} 215,000000 \\ 22,196070 \\ -18,421033 \\ 1 \end{pmatrix}}. \end{aligned}$$

Отже, вектор  $\vec{r}_i$  буде мати наступний вигляд:

$$\vec{r}_i = \overrightarrow{\begin{pmatrix} 215,000000 \\ 22,196070 \\ -18,421033 \end{pmatrix}} \text{ мм.}$$

Структура перетворювача координат вектора  $\vec{r}_{i+1}$ , складової  $T_{x_i}$  і складової  $\varphi_{x_i}$  в координати вектора  $\vec{r}_i$  наведена на рис. 2.2.

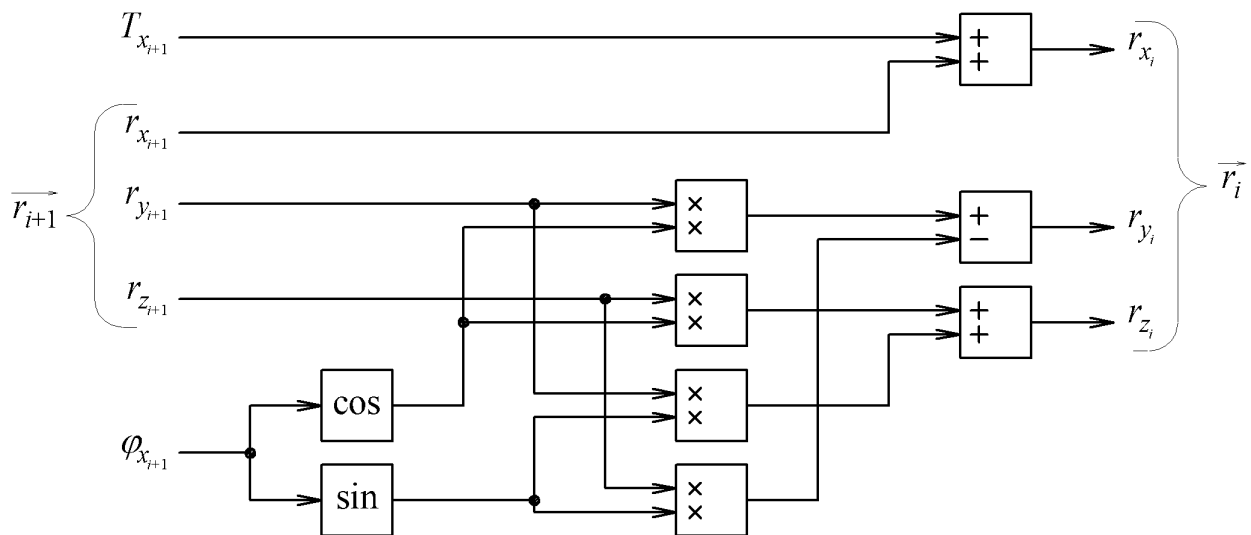


Рисунок 2.2. Структура перетворювача координат вектора  $\vec{r}_{i+1}$ , складової  $T_{x_i}$  і складової  $\varphi_{x_i}$  в координати вектора  $\vec{r}_i$

Модель перетворювача координат вектора  $\vec{r}_{i+1}$ , складової  $T_{x_i}$  і складової  $\varphi_{x_i}$  в координати вектора  $\vec{r}_i$  (в пакеті Simulink) наведено на рис. 2.3.

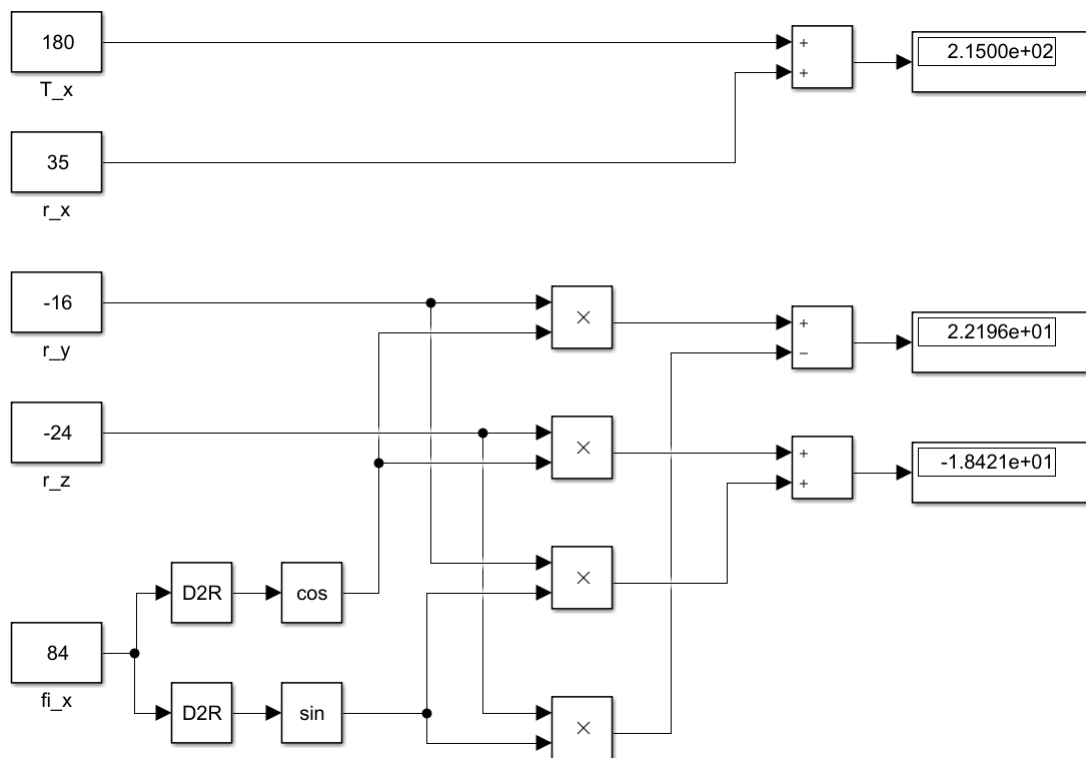


Рисунок 2.3. Модель перетворювача координат вектора  $\vec{r}_{i+1}$ , складової  $T_{x_i}$  і складової  $\varphi_{x_i}$  в координати вектора  $\vec{r}_i$

2. Нехай, наприклад, задані складова  $T_{z_0} = 250$  мм, складова  $\varphi_{z_0} = -45^\circ$ , складова  $T_{z_1} = 240$  мм, складова  $\varphi_{y_1} = 12^\circ$ , складова  $T_{x_2} = 550$  мм, складова  $\varphi_{y_2} = -26^\circ$ , складова  $T_{x_3} = 670$  мм, складова  $\varphi_{y_3} = -27^\circ$ , складова  $T_{x_4} = 235$  мм, складова  $\varphi_{x_4} = 73^\circ$  і вектор  $\vec{r}_5 = \begin{pmatrix} r_{x_5} \\ r_{y_5} \\ r_{z_5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 25 \\ 30 \\ -180 \end{pmatrix}$  мм.

Кінематичну схему маніпулятора промислового робота наведено на рис. 2.4.

Вектор  $\vec{r}_5$  (в однорідних координатах) буде мати наступний вигляд:

$$\vec{r}_5 = \begin{pmatrix} r_{x_5} \\ r_{y_5} \\ r_{z_5} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 25 \\ 30 \\ -180 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Матриця переміщення-повороту  $A_0$  (в однорідних координатах) має наступний вигляд:

$$A_0 = \begin{pmatrix} \cos(\varphi_{z_0}) & -\sin(\varphi_{z_0}) & 0 & 0 \\ \sin(\varphi_{z_0}) & \cos(\varphi_{z_0}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T_{z_0} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

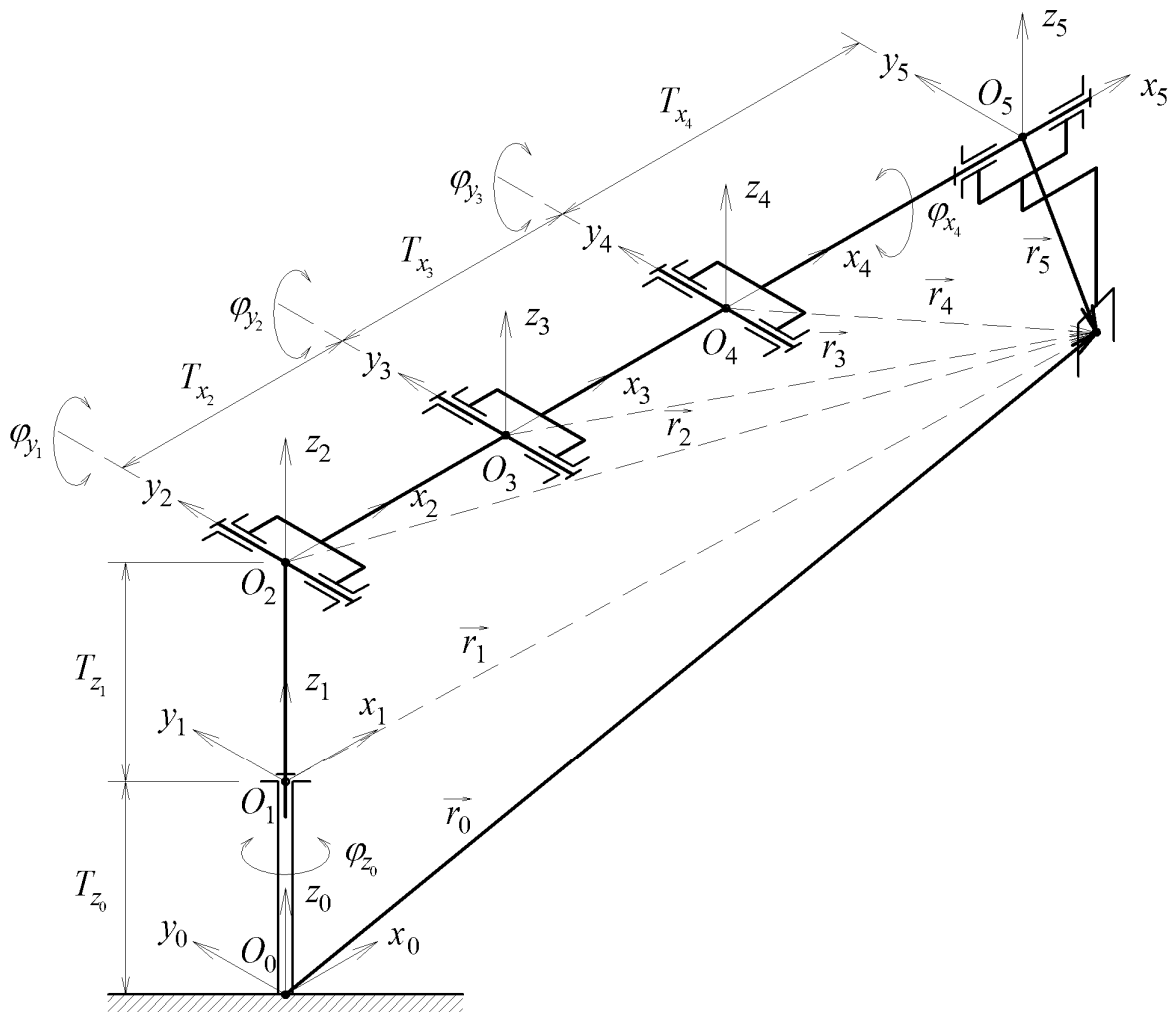


Рисунок 2.4. Кінематична схема маніпулятора промислового робота

$$= \begin{pmatrix} \cos(-45^\circ) & -\sin(-45^\circ) & 0 & 0 \\ \sin(-45^\circ) & \cos(-45^\circ) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 250 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Матриця переміщення-повороту  $A_1$  (в однорідних координатах) має наступний вигляд:

$$A_1 = \begin{pmatrix} \cos(\varphi_{y_1}) & 0 & \sin(\varphi_{y_1}) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\varphi_{y_1}) & 0 & \cos(\varphi_{y_1}) & T_{z_1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(12^\circ) & 0 & \sin(12^\circ) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(12^\circ) & 0 & \cos(12^\circ) & 240 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Матриця переміщення-повороту  $A_2$  (в однорідних координатах) має наступний вигляд:



$$\begin{aligned}
 A_2 &= \begin{pmatrix} \cos(\varphi_{y_2}) & 0 & \sin(\varphi_{y_2}) & T_{x_2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\varphi_{y_2}) & 0 & \cos(\varphi_{y_2}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \\
 &= \begin{pmatrix} \cos(-26^\circ) & 0 & \sin(-26^\circ) & 550 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(-26^\circ) & 0 & \cos(-26^\circ) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

Матриця переміщення-повороту  $A_3$  (в однорідних координатах) має наступний вигляд:

$$\begin{aligned}
 A_3 &= \begin{pmatrix} \cos(\varphi_{y_3}) & 0 & \sin(\varphi_{y_3}) & T_{x_3} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\varphi_{y_3}) & 0 & \cos(\varphi_{y_3}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \\
 &= \begin{pmatrix} \cos(-27^\circ) & 0 & \sin(-27^\circ) & 670 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(-27^\circ) & 0 & \cos(-27^\circ) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

Матриця переміщення-повороту  $A_4$  (в однорідних координатах) має наступний вигляд:

$$\begin{aligned}
 A_4 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & T_{x_4} \\ 0 & \cos(\varphi_{x_4}) & -\sin(\varphi_{x_4}) & 0 \\ 0 & \sin(\varphi_{x_4}) & \cos(\varphi_{x_4}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \\
 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 235 \\ 0 & \cos(73^\circ) & -\sin(73^\circ) & 0 \\ 0 & \sin(73^\circ) & \cos(73^\circ) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

Таким чином, вектор  $\vec{r}_0$  (в однорідних координатах) буде мати наступний вигляд:

$$\begin{aligned}
 \vec{r}_0 &= A_0 A_1 A_2 A_3 A_4 \vec{r}_5 = \\
 &= \begin{pmatrix} \cos(\varphi_{z_0}) & -\sin(\varphi_{z_0}) & 0 & 0 \\ \sin(\varphi_{z_0}) & \cos(\varphi_{z_0}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T_{z_0} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\varphi_{y_1}) & 0 & \sin(\varphi_{y_1}) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\varphi_{y_1}) & 0 & \cos(\varphi_{y_1}) & T_{z_1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \\
 &\cdot \begin{pmatrix} \cos(\varphi_{y_2}) & 0 & \sin(\varphi_{y_2}) & T_{x_2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\varphi_{y_2}) & 0 & \cos(\varphi_{y_2}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\varphi_{y_3}) & 0 & \sin(\varphi_{y_3}) & T_{x_3} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\varphi_{y_3}) & 0 & \cos(\varphi_{y_3}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & T_{x_4} \\ 0 & \cos(\varphi_{x_4}) & -\sin(\varphi_{x_4}) & 0 \\ 0 & \sin(\varphi_{x_4}) & \cos(\varphi_{x_4}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \overrightarrow{\begin{pmatrix} r_{x_5} \\ r_{y_5} \\ r_{z_5} \\ 1 \end{pmatrix}} = \\
& = \begin{pmatrix} \cos(-45^\circ) & -\sin(-45^\circ) & 0 & 0 \\ \sin(-45^\circ) & \cos(-45^\circ) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 250 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(12^\circ) & 0 & \sin(12^\circ) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(12^\circ) & 0 & \cos(12^\circ) & 240 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \\
& \cdot \begin{pmatrix} \cos(-26^\circ) & 0 & \sin(-26^\circ) & 550 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(-26^\circ) & 0 & \cos(-26^\circ) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(-27^\circ) & 0 & \sin(-27^\circ) & 670 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(-27^\circ) & 0 & \cos(-27^\circ) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \\
& \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 235 \\ 0 & \cos(73^\circ) & -\sin(73^\circ) & 0 \\ 0 & \sin(73^\circ) & \cos(73^\circ) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \overrightarrow{\begin{pmatrix} 25 \\ 30 \\ -180 \\ 1 \end{pmatrix}} = \overrightarrow{\begin{pmatrix} 1117,875294 \\ -862,035565 \\ 690,245528 \\ 1 \end{pmatrix}}.
\end{aligned}$$

Отже, вектор  $\vec{r}_0$  буде мати наступний вигляд:

$$\vec{r}_0 = \overrightarrow{\begin{pmatrix} 1117,875294 \\ -862,035565 \\ 690,245528 \end{pmatrix}} \text{ мм.}$$

## 2.4. Питання для самоперевірки

1. Як формулюється пряма кінематична задача?
2. Що таке однорідні координати?
3. Які перетворення можливо виконати в однорідних координатах?
4. Що таке матриця переміщення?
5. Як реалізувати матрицю переміщення в пакеті Simulink?
6. Що таке матриця повороту?
7. Як реалізувати матрицю повороту в пакеті Simulink?
8. Що таке матриця переміщення-повороту?
9. Як реалізувати матрицю переміщення-повороту в пакеті Simulink?
10. Що таке перетворювач координат?

## 2.5. Рекомендована література

Базова література: [1–4].

Додаткова література: [1–4].

### 3. ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ. ОБЕРНЕНА КІНЕМАТИЧНА ЗАДАЧА

#### 3.1. План проведення практичного заняття

Практичне заняття присвячене дослідженню оберненої кінематичної задачі маніпулятора промислового робота.

#### 3.2. Практичне завдання

До  $i$ -го шарніра маніпулятора промислового робота прив'язана система координат шарніра  $O_i x_i y_i z_i$ .

З  $i$ -м шарніром маніпулятора промислового робота зв'язана  $i$ -та ланка маніпулятора промислового робота з інструментом.

Положення інструменту маніпулятора промислового робота в системі координат інструменту  $O_{i+1} x_{i+1} y_{i+1} z_{i+1}$  задається вектором  $\vec{r}_{i+1}$ .

Зв'язок між системою координат шарніра  $O_i x_i y_i z_i$  і системою координат інструменту  $O_{i+1} x_{i+1} y_{i+1} z_{i+1}$  задається за допомогою матриці переміщення  $T_i$ , яка має відповідну складову  $T_{x_i}$ , і за допомогою матриці повороту  $R_i$ , яка має відповідну складову  $\varphi_{y_i}$ .

Знайти складову  $T_{x_i}$  матриці переміщення  $T_i$  і складову  $\varphi_{y_i}$  матриці повороту  $R_i$  (див. табл. 3.1).

Таблиця 3.1. Варіанти завдань

№ з/п	$\vec{r}_i$ , мм	$\vec{r}_{i+1}$ , мм	№ з/п	$\vec{r}_i$ , мм	$\vec{r}_{i+1}$ , мм
1	2	3	4	5	6
1	$\begin{pmatrix} 462 \\ -35 \\ 108 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 90 \\ -35 \\ 60 \end{pmatrix}$	16	$\begin{pmatrix} 403 \\ -15 \\ 105 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 30 \\ -15 \\ 140 \end{pmatrix}$
2	$\begin{pmatrix} 356 \\ -65 \\ -61 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 70 \\ -65 \\ -100 \end{pmatrix}$	17	$\begin{pmatrix} 469 \\ -5 \\ -66 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 110 \\ -5 \\ 80 \end{pmatrix}$
3	$\begin{pmatrix} 504 \\ -95 \\ -33 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 130 \\ -95 \\ 160 \end{pmatrix}$	18	$\begin{pmatrix} 371 \\ 25 \\ -103 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 50 \\ 25 \\ -120 \end{pmatrix}$

Продовження табл. 3.1.

1	2	3	4	5	6
4	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 614 \\ 45 \\ 101 \end{pmatrix}}$	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 130 \\ 45 \\ 80 \end{pmatrix}}$	19	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 373 \\ -75 \\ -25 \end{pmatrix}}$	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 110 \\ -75 \\ 60 \end{pmatrix}}$
5	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 248 \\ -55 \\ -133 \end{pmatrix}}$	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 50 \\ -55 \\ -160 \end{pmatrix}}$	20	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 422 \\ -85 \\ -93 \end{pmatrix}}$	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 70 \\ -85 \\ -100 \end{pmatrix}}$
6	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 405 \\ 95 \\ -150 \end{pmatrix}}$	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 90 \\ 95 \\ -120 \end{pmatrix}}$	21	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 317 \\ -55 \\ -54 \end{pmatrix}}$	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 30 \\ -55 \\ -140 \end{pmatrix}}$
7	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 486 \\ 75 \\ 9 \end{pmatrix}}$	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 110 \\ 75 \\ -80 \end{pmatrix}}$	22	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 254 \\ 25 \\ 49 \end{pmatrix}}$	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 30 \\ 25 \\ 60 \end{pmatrix}}$
8	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 434 \\ 35 \\ 68 \end{pmatrix}}$	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 90 \\ 35 \\ -120 \end{pmatrix}}$	23	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 471 \\ 5 \\ -126 \end{pmatrix}}$	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 70 \\ 5 \\ -160 \end{pmatrix}}$
9	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 546 \\ 65 \\ -76 \end{pmatrix}}$	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 130 \\ 65 \\ 100 \end{pmatrix}}$	24	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 504 \\ -15 \\ -106 \end{pmatrix}}$	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 50 \\ -15 \\ -140 \end{pmatrix}}$
10	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 583 \\ -85 \\ 44 \end{pmatrix}}$	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 50 \\ -85 \\ 80 \end{pmatrix}}$	25	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 291 \\ 45 \\ -170 \end{pmatrix}}$	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 70 \\ 45 \\ -160 \end{pmatrix}}$
11	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 556 \\ -45 \\ -21 \end{pmatrix}}$	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 90 \\ -45 \\ 60 \end{pmatrix}}$	26	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 464 \\ 75 \\ -7 \end{pmatrix}}$	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 130 \\ 75 \\ -100 \end{pmatrix}}$
12	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 147 \\ 5 \\ 69 \end{pmatrix}}$	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 30 \\ 5 \\ 120 \end{pmatrix}}$	27	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 520 \\ -35 \\ -164 \end{pmatrix}}$	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 110 \\ -35 \\ -140 \end{pmatrix}}$
13	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 391 \\ 55 \\ -24 \end{pmatrix}}$	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 130 \\ 55 \\ -60 \end{pmatrix}}$	28	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 303 \\ 15 \\ 131 \end{pmatrix}}$	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 70 \\ 15 \\ 120 \end{pmatrix}}$
14	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 481 \\ -25 \\ 77 \end{pmatrix}}$	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 50 \\ -25 \\ 100 \end{pmatrix}}$	29	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 425 \\ 65 \\ 176 \end{pmatrix}}$	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 110 \\ 65 \\ 140 \end{pmatrix}}$
15	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 153 \\ 85 \\ 70 \end{pmatrix}}$	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 30 \\ 85 \\ 160 \end{pmatrix}}$	30	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 507 \\ -95 \\ -120 \end{pmatrix}}$	$\overrightarrow{\begin{pmatrix} 90 \\ -95 \\ -80 \end{pmatrix}}$

Розробити структуру перетворювача координат вектора  $\vec{r}_i$  і координат вектора  $\vec{r}_{i+1}$  в складову  $T_{x_i}$  і складову  $\varphi_{y_i}$ .

Створити модель перетворювача координат вектора  $\vec{r}_i$  і координат вектора

$\overrightarrow{r_{l+1}}$  в складову  $T_{x_i}$  і складову  $\varphi_{y_i}$  і виконати її симуляцію при різних значеннях  $\vec{r}_i$  і  $\overrightarrow{r_{l+1}}$ .

### 3.3. Приклад виконання практичного завдання

Нехай, наприклад, задані вектор  $\vec{r}_i = \begin{pmatrix} r_{x_i} \\ r_{y_i} \\ r_{z_i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 280 \\ 20 \\ -60 \end{pmatrix}$  мм і вектор  $\overrightarrow{r_{l+1}} =$

$$\begin{pmatrix} r_{x_{l+1}} \\ r_{y_{l+1}} \\ r_{z_{l+1}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 \\ 20 \\ -50 \end{pmatrix} \text{ мм.}$$

Зв'язок між системою координат шарніра  $O_i x_i y_i z_i$  і системою координат інструменту  $O_{i+1} x_{i+1} y_{i+1} z_{i+1}$ , який визначається складовими  $T_{x_i}$  і  $\varphi_{y_i}$  (причому складові  $T_{y_i}$ ,  $T_{z_i}$ ,  $\varphi_{x_i}$  і  $\varphi_{z_i}$  відсутні) показано на рис. 3.1/

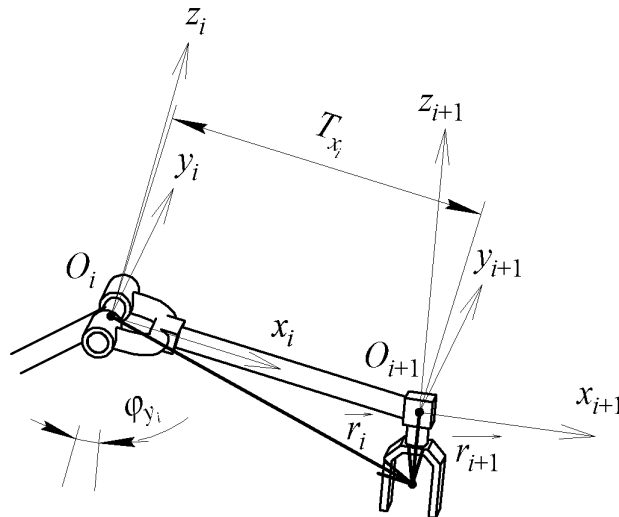


Рисунок 3.1. Зв'язок між системою координат шарніра  $O_i x_i y_i z_i$  і системою координат інструменту  $O_{i+1} x_{i+1} y_{i+1} z_{i+1}$

Вектор  $\vec{r}_i$  (в однорідних координатах) буде мати наступний вигляд:

$$\vec{r}_i = \begin{pmatrix} r_{x_i} \\ r_{y_i} \\ r_{z_i} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 280 \\ 20 \\ -60 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Вектор  $\overrightarrow{r_{l+1}}$  (в однорідних координатах) буде мати наступний вигляд:

$$\overrightarrow{r_{l+1}} = \begin{pmatrix} r_{x_{l+1}} \\ r_{y_{l+1}} \\ r_{z_{l+1}} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 \\ 20 \\ -50 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Матриця переміщення  $T_i$  (в однорідних координатах) має наступний

ВИГЛЯД:

$$T_i = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & T_{x_i} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Матриця повороту  $R_i$  (в однорідних координатах) має наступний вигляд:

$$R_i = \begin{pmatrix} \cos(\varphi_{y_i}) & 0 & \sin(\varphi_{y_i}) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\varphi_{y_i}) & 0 & \cos(\varphi_{y_i}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Матриця переміщення-повороту  $A_i$  (в однорідних координатах) має наступний вигляд:

$$\begin{aligned} A_i = T_i R_i &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & T_{x_i} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\varphi_{y_i}) & 0 & \sin(\varphi_{y_i}) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\varphi_{y_i}) & 0 & \cos(\varphi_{y_i}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} \cos(\varphi_{y_i}) & 0 & \sin(\varphi_{y_i}) & T_{x_i} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\varphi_{y_i}) & 0 & \cos(\varphi_{y_i}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Таким чином, вектор  $\vec{r}_i$  (в однорідних координатах) буде мати наступний вигляд:

$$\vec{r}_i = A_i \vec{r}_{i+1},$$

або

$$\begin{pmatrix} \overline{r_{x_i}} \\ \overline{r_{y_i}} \\ \overline{r_{z_i}} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\varphi_{y_i}) & 0 & \sin(\varphi_{y_i}) & T_{x_i} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\varphi_{y_i}) & 0 & \cos(\varphi_{y_i}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \overline{r_{x_{i+1}}} \\ \overline{r_{y_{i+1}}} \\ \overline{r_{z_{i+1}}} \\ 1 \end{pmatrix},$$

або

$$\begin{pmatrix} \overline{r_{x_i}} \\ \overline{r_{y_i}} \\ \overline{r_{z_i}} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{x_i} + r_{x_{i+1}} \cos(\varphi_{y_i}) + r_{z_{i+1}} \sin(\varphi_{y_i}) \\ r_{y_{i+1}} \\ -r_{x_{i+1}} \sin(\varphi_{y_i}) + r_{z_{i+1}} \cos(\varphi_{y_i}) \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Звідси можна отримати систему з двох рівнянь:

$$\begin{cases} r_{x_i} = T_{x_i} + r_{x_{i+1}} \cos(\varphi_{y_i}) + r_{z_{i+1}} \sin(\varphi_{y_i}), \\ r_{z_i} = -r_{x_{i+1}} \sin(\varphi_{y_i}) + r_{z_{i+1}} \cos(\varphi_{y_i}). \end{cases}$$

Складову  $\varphi_{y_i}$  можна отримати в результаті розв'язання нелінійного

рівняння

$$r_{z_i} + r_{x_{i+1}} \sin(\varphi_{y_i}) - r_{z_{i+1}} \cos(\varphi_{y_i}) = 0.$$

Для цього можна використати, наприклад, метод ділення навпіл, метод дотичних, метод хорд або інший чисельний метод пошуку коренів нелінійних рівнянь.

Таким чином, в результаті розв'язання нелінійного рівняння

$$-60 + 40\sin(\varphi_{y_i}) - (-50)\cos(\varphi_{y_i}) = 0$$

було отримано, що  $\varphi_{y_i} = 18,220491^\circ$ .

Отже, складова  $T_{x_i}$  буде мати наступний вигляд:

$$\begin{aligned} T_{x_i} &= r_{x_i} - r_{x_{i+1}} \cos(\varphi_{y_i}) - r_{z_{i+1}} \sin(\varphi_{y_i}) = \\ &= 280 - 40\cos(18,220491^\circ) - (-50)\sin(18,220491^\circ) = 257,639320 \text{ мм.} \end{aligned}$$

Структура перетворювача координат вектора  $\vec{r}_i$  і координат вектора  $\vec{r}_{i+1}$  в складову  $T_{x_i}$  і складову  $\varphi_{y_i}$  наведена на рис. 3.2.

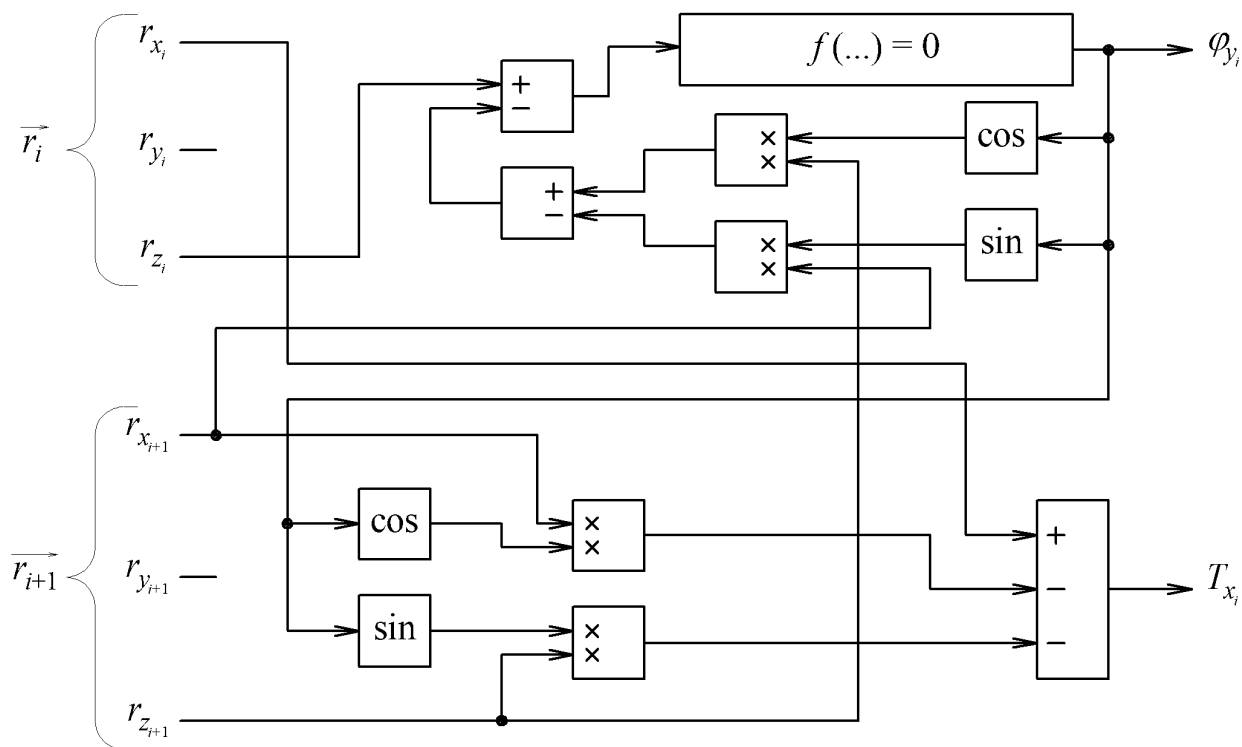


Рисунок 3.2. Структура перетворювача координат вектора  $\vec{r}_i$  і координат вектора  $\vec{r}_{i+1}$  в складову  $T_{x_i}$  і складову  $\varphi_{y_i}$

Модель перетворювача координат вектора  $\vec{r}_i$  і координат вектора  $\vec{r}_{i+1}$  в складову  $T_{x_i}$  і складову  $\varphi_{y_i}$  (в пакеті Simulink) наведено на рис. 3.3. В цій моделі для розрахунку коренів нелінійного рівняння використовується відповідний розв'язувальний блок із зворотним зв'язком.

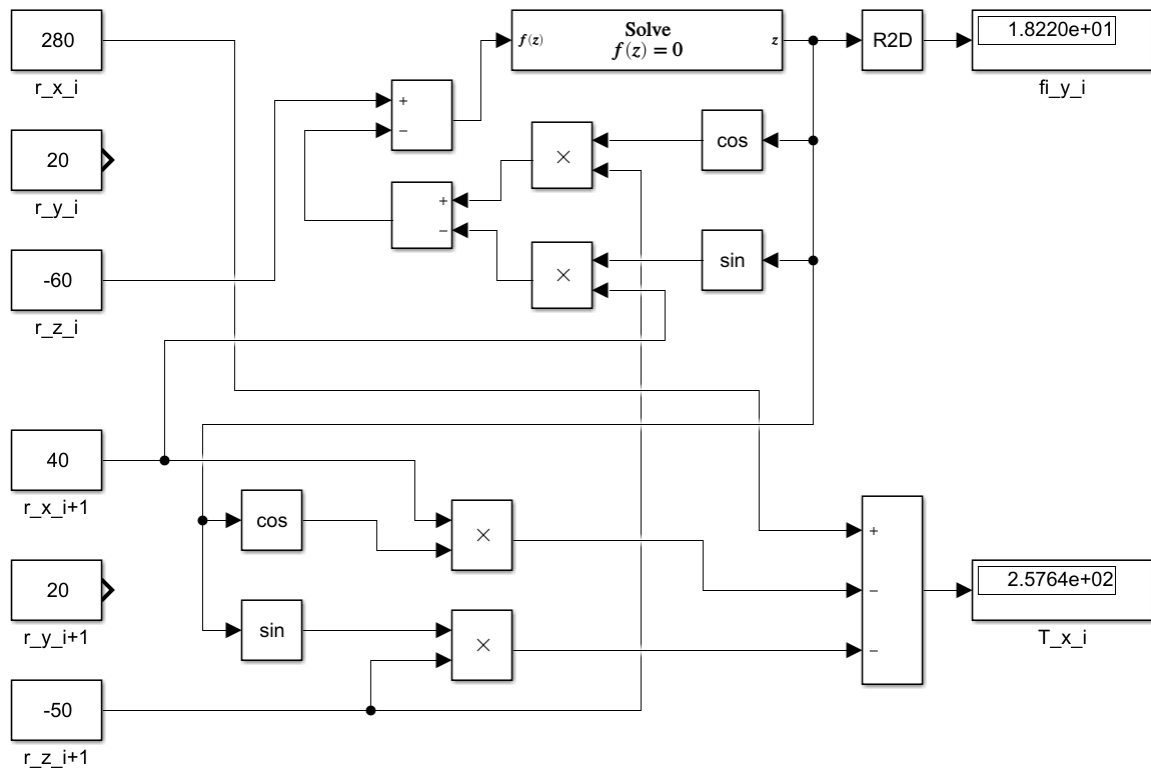


Рисунок 3.3. Модель визначника параметрів перетворювача координат вектора  $\vec{r}_{i+1}$  в складові  $T_{x_i}$  і  $\varphi_{y_i}$

### 3.4. Питання для самоперевірки

1. Як формулюється обернена кінематична задача?
2. Який вигляд має матриця переміщення вздовж осі  $x$ ?
3. Який вигляд має матриця переміщення вздовж осі  $y$ ?
4. Який вигляд має матриця переміщення вздовж осі  $z$ ?
5. Який вигляд має матриця повороту навколо осі  $x$ ?
6. Який вигляд має матриця повороту навколо осі  $y$ ?
7. Який вигляд має матриця повороту навколо осі  $z$ ?
8. Чи є різниця в послідовності множення матриць переміщення, повороту і переміщення-повороту?
9. Як можна використати властивість асоціативності при розрахунку добутку матриць переміщення, повороту і переміщення-повороту?
10. Як реалізувати пошук коренів нелінійного рівняння в пакеті Simulink?

### 3.5. Рекомендована література

Базова література: [1–4].

Додаткова література: [1–4].



## 4. ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ. ПРЯМА ДИНАМІЧНА ЗАДАЧА

### 4.1. План проведення практичного заняття

Практичне заняття присвячене дослідженню прямої динамічної задачі маніпулятора промислового робота.

### 4.2. Практичне завдання

1. До основи маніпулятора промислового робота прив'язана система координат основи  $O_0x_0y_0z_0$ .

З  $i$ -м шарніром маніпулятора промислового робота зв'язана  $i$ -та ланка маніпулятора промислового робота, також до  $i$ -го шарніра маніпулятора промислового робота прив'язана система координат шарніра  $O_ix_iy_iz_i$ .

Положення  $i$ -ї ланки маніпулятора промислового робота в системі координат основи  $O_0x_0y_0z_0$  задається вектором  $\vec{r}_i$ , напрям якого співпадає з напрямом осі  $x_i$  системи координат шарніра  $O_ix_iy_iz_i$ .

З  $i$ -ою ланкою маніпулятора промислового робота зв'язаний  $i + 1$ -ий шарнір маніпулятора промислового робота і відповідний йому інструмент маніпулятора промислового робота, також до інструменту маніпулятора промислового робота прив'язана система координат інструменту  $O_{i+1}x_{i+1}y_{i+1}z_{i+1}$ .

Положення інструменту маніпулятора промислового робота в системі координат основи  $O_0x_0y_0z_0$  задається вектором  $\vec{r}_{i+1}$ , напрям якого співпадає з напрямом осі  $x_{i+1}$ .

$i$ -а ланка маніпулятора промислового робота і інструмент маніпулятора промислового робота (як єдине ціле) рухаються із швидкістю, яка задається вектором  $\vec{v}_i$  в системі координат основи  $O_0x_0y_0z_0$ .

$i$ -а ланка маніпулятора промислового робота і інструмент маніпулятора промислового робота (як єдине ціле) обертаються відносно системи координат  $i$ -го шарніра  $O_ix_iy_iz_i$  із швидкістю, яка задається вектором  $\vec{\omega}_i$  в системі координат основи  $O_0x_0y_0z_0$  і напрям якого співпадає з напрямом осі  $y_i$  системи координат шарніра  $O_ix_iy_iz_i$ .

Знайти швидкість  $\vec{v}_{i+2}$  інструменту маніпулятора промислового робота (див. табл. 4.1).

Таблиця 4.1. Варіанти завдань

№ з/п	$\vec{r}_i$ , мм	$\vec{r}_{i+1}$ , мм	$\vec{v}_i$ , мм/с	$\vec{\omega}_i$ , рад/с
1	2	3	4	5
1	$\begin{pmatrix} 800 \\ 390 \\ 290 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 240 \\ 117 \\ 87 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 170 \\ 105 \\ 400 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,4000 \\ 1,6200 \\ -1,0752 \end{pmatrix}$
2	$\begin{pmatrix} 200 \\ 720 \\ 370 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 20 \\ 72 \\ 37 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 415 \\ 20 \\ 135 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1,3400 \\ 1,3281 \\ -1,8600 \end{pmatrix}$
3	$\begin{pmatrix} 350 \\ 250 \\ 640 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 70 \\ 50 \\ 128 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 130 \\ 265 \\ 250 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,6063 \\ -1,6600 \\ 0,9800 \end{pmatrix}$
4	$\begin{pmatrix} 760 \\ 430 \\ 280 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 228 \\ 120 \\ 84 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 80 \\ 75 \\ 385 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1,9200 \\ -1,8400 \\ -2,4312 \end{pmatrix}$
5	$\begin{pmatrix} 490 \\ 840 \\ 270 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 49 \\ 84 \\ 27 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 325 \\ 140 \\ 20 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,7800 \\ -0,1464 \\ -0,9600 \end{pmatrix}$
6	$\begin{pmatrix} 330 \\ 300 \\ 760 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 66 \\ 60 \\ 152 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 95 \\ 310 \\ 190 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3,8800 \\ -0,1400 \\ 1,7400 \end{pmatrix}$
7	$\begin{pmatrix} 800 \\ 310 \\ 170 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 240 \\ 630 \\ 51 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 120 \\ 115 \\ 115 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,7200 \\ 1,7000 \\ -3,8425 \end{pmatrix}$
8	$\begin{pmatrix} 470 \\ 680 \\ 180 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 47 \\ 68 \\ 18 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 145 \\ 110 \\ 155 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,3400 \\ -0,1885 \\ 1,6000 \end{pmatrix}$
9	$\begin{pmatrix} 410 \\ 190 \\ 720 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 82 \\ 38 \\ 144 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 30 \\ 355 \\ 210 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3,0854 \\ -0,5800 \\ 1,9100 \end{pmatrix}$
10	$\begin{pmatrix} 840 \\ 450 \\ 260 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 252 \\ 135 \\ 780 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 30 \\ 90 \\ 430 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1,5200 \\ 0,4200 \\ -1,8323 \end{pmatrix}$
11	$\begin{pmatrix} 240 \\ 760 \\ 470 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 24 \\ 76 \\ 47 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 40 \\ 180 \\ 145 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,8000 \\ -1,1308 \\ 1,4200 \end{pmatrix}$
12	$\begin{pmatrix} 410 \\ 210 \\ 640 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 82 \\ 42 \\ 128 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 10 \\ 10 \\ 260 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2,1424 \\ 0,1600 \\ 1,3200 \end{pmatrix}$

Продовження табл. 4.1.

1	2	3	4	5
13	$\begin{pmatrix} 680 \\ 450 \\ 300 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 204 \\ 135 \\ 90 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 60 \\ 45 \\ 235 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,4800 \\ -1,5600 \\ 1,2520 \end{pmatrix}$
14	$\begin{pmatrix} 310 \\ 800 \\ 390 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 31 \\ 80 \\ 39 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 55 \\ 130 \\ 100 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1,9000 \\ -1,1848 \\ 0,9200 \end{pmatrix}$
15	$\begin{pmatrix} 350 \\ 210 \\ 640 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 70 \\ 42 \\ 128 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 140 \\ 445 \\ 160 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,8691 \\ -0,3800 \\ 0,6000 \end{pmatrix}$
16	$\begin{pmatrix} 840 \\ 430 \\ 220 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 252 \\ 129 \\ 66 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 70 \\ 35 \\ 340 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,4400 \\ 0,6200 \\ -2,8918 \end{pmatrix}$
17	$\begin{pmatrix} 310 \\ 760 \\ 310 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 31 \\ 76 \\ 31 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 370 \\ 200 \\ 40 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,1200 \\ 0,5792 \\ -1,3000 \end{pmatrix}$
18	$\begin{pmatrix} 330 \\ 230 \\ 680 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 66 \\ 46 \\ 136 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 25 \\ 130 \\ 40 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1,3145 \\ 0,9400 \\ 0,3200 \end{pmatrix}$
19	$\begin{pmatrix} 800 \\ 490 \\ 240 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 240 \\ 147 \\ 72 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 10 \\ 125 \\ 70 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1,5000 \\ 0,7000 \\ 3,5708 \end{pmatrix}$
20	$\begin{pmatrix} 250 \\ 720 \\ 370 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 25 \\ 72 \\ 37 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 205 \\ 220 \\ 85 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,7600 \\ 0,8189 \\ -1,0800 \end{pmatrix}$
21	$\begin{pmatrix} 430 \\ 190 \\ 840 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 86 \\ 38 \\ 168 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 50 \\ 25 \\ 280 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,6214 \\ 1,7600 \\ -0,0800 \end{pmatrix}$
22	$\begin{pmatrix} 640 \\ 350 \\ 230 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 192 \\ 105 \\ 69 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 150 \\ 70 \\ 220 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1,5400 \\ 1,9800 \\ 1,2722 \end{pmatrix}$
23	$\begin{pmatrix} 270 \\ 720 \\ 490 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 27 \\ 72 \\ 49 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 85 \\ 100 \\ 120 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,9000 \\ -1,1950 \\ 1,2600 \end{pmatrix}$
24	$\begin{pmatrix} 410 \\ 260 \\ 680 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 82 \\ 52 \\ 136 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 150 \\ 295 \\ 240 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2,6361 \\ -1,2800 \\ -1,1000 \end{pmatrix}$
25	$\begin{pmatrix} 800 \\ 330 \\ 170 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 240 \\ 99 \\ 51 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 90 \\ 60 \\ 190 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1,1600 \\ 0,5200 \\ 4,4494 \end{pmatrix}$

Продовження табл. 4.1.

1	2	3	4	5
26	$\begin{pmatrix} 450 \\ 640 \\ 280 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 45 \\ 64 \\ 28 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 250 \\ 290 \\ 55 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1,1200 \\ 1,2513 \\ -1,0600 \end{pmatrix}$
27	$\begin{pmatrix} 290 \\ 390 \\ 760 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 58 \\ 78 \\ 152 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 65 \\ 100 \\ 230 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,7303 \\ 0,6600 \\ -0,0600 \end{pmatrix}$
28	$\begin{pmatrix} 840 \\ 180 \\ 310 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 252 \\ 54 \\ 93 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 300 \\ 80 \\ 175 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,1800 \\ -0,2600 \\ 0,6387 \end{pmatrix}$
29	$\begin{pmatrix} 220 \\ 720 \\ 370 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 22 \\ 72 \\ 37 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 160 \\ 50 \\ 15 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,2000 \\ 0,3911 \\ -0,8800 \end{pmatrix}$
30	$\begin{pmatrix} 470 \\ 200 \\ 680 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 94 \\ 40 \\ 136 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 110 \\ 280 \\ 270 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3,4791 \\ 1,5800 \\ 1,9400 \end{pmatrix}$

2. До основи маніпулятора промислового робота прив'язана система координат основи  $O_0x_0y_0z_0$ .

З  $i$ -м шарніром маніпулятора промислового робота зв'язана  $i$ -та ланка маніпулятора промислового робота, також до  $i$ -го шарніра маніпулятора промислового робота прив'язана система координат шарніра  $O_ix_iy_iz_i$ .

Положення  $i$ -ї ланки маніпулятора промислового робота в системі координат основи  $O_0x_0y_0z_0$  задається вектором  $\vec{r}_i$ , напрям якого співпадає з напрямом осі  $x_i$  системи координат шарніра  $O_ix_iy_iz_i$ .

З  $i$ -ою ланкою маніпулятора промислового робота зв'язаний  $i + 1$ -ий шарнір маніпулятора промислового робота і відповідний йому інструмент маніпулятора промислового робота, також до інструменту маніпулятора промислового робота прив'язана система координат інструменту  $O_{i+1}x_{i+1}y_{i+1}z_{i+1}$ .

Положення інструменту маніпулятора промислового робота в системі координат основи  $O_0x_0y_0z_0$  задається вектором  $\vec{r}_{i+1}$ , напрям якого співпадає з напрямом осі  $x_{i+1}$ .

$i$ -а ланка маніпулятора промислового робота і інструмент маніпулятора промислового робота (як єдине ціле) рухаються із прискоренням, яке задається вектором  $\vec{w}_i$  в системі координат основи  $O_0x_0y_0z_0$ .

$i$ -а ланка маніпулятора промислового робота і інструмент маніпулятора

промислового робота (як єдине ціле) обертаються відносно системи координат  $i$ -го шарніра  $O_i x_i y_i z_i$  із швидкістю, яка задається вектором  $\vec{\omega}_i$  в системі координат основи  $O_0 x_0 y_0 z_0$  і напрям якого співпадає з напрямом осі  $y_i$  системи координат шарніра  $O_i x_i y_i z_i$ , та з прискоренням  $\vec{\varepsilon}_i$ , яке задається вектором  $\vec{\varepsilon}_i$  в системі координат основи  $O_0 x_0 y_0 z_0$  і напрям якого співпадає з напрямом осі  $y_i$  системи координат шарніра  $O_i x_i y_i z_i$ .

Знайти прискорення  $\vec{w}_{i+2}$  інструменту маніпулятора промислового робота (див. табл. 4.2).

Таблиця 4.2. Варіанти завдань

№ з/п	$\vec{r}_i$ , мм	$\vec{r}_{i+1}$ , мм	$\vec{w}_i$ , мм/с <sup>2</sup>	$\vec{\omega}_i$ , рад/с	$\vec{\varepsilon}_i$ , рад/с <sup>2</sup>
1	2	3	4	5	6
1	$\begin{pmatrix} 340 \\ 730 \\ 410 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 68 \\ 146 \\ 82 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 520 \\ 355 \\ 410 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,0600 \\ -1,1800 \\ 2,1507 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,0714 \\ -1,4042 \\ 2,5593 \end{pmatrix}$
2	$\begin{pmatrix} 260 \\ 380 \\ 290 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 78 \\ 114 \\ 87 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 195 \\ 380 \\ 340 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1,9765 \\ 1,3600 \\ -0,0100 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2,8066 \\ 1,9312 \\ -0,0142 \end{pmatrix}$
3	$\begin{pmatrix} 650 \\ 460 \\ 580 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 65 \\ 46 \\ 58 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 320 \\ 445 \\ 90 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,2200 \\ 1,4709 \\ -0,9200 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,2530 \\ 1,6915 \\ -1,0580 \end{pmatrix}$
4	$\begin{pmatrix} 620 \\ 610 \\ 360 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 124 \\ 122 \\ 72 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 530 \\ 470 \\ 55 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1,2300 \\ -1,2200 \\ 4,1856 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1,6482 \\ -1,6348 \\ 5,6087 \end{pmatrix}$
5	$\begin{pmatrix} 710 \\ 740 \\ 770 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 213 \\ 222 \\ 231 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 170 \\ 35 \\ 265 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1,0368 \\ 0,4100 \\ -1,3500 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1,1612 \\ 0,4592 \\ -1,5120 \end{pmatrix}$
6	$\begin{pmatrix} 250 \\ 160 \\ 660 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 25 \\ 16 \\ 66 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 585 \\ 140 \\ 125 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,3800 \\ 0,8913 \\ -0,3600 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,2964 \\ 0,6952 \\ -0,2808 \end{pmatrix}$
7	$\begin{pmatrix} 420 \\ 410 \\ 610 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 84 \\ 82 \\ 122 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 280 \\ 350 \\ 430 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,5600 \\ -1,1500 \\ 1,1585 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,6384 \\ -1,3110 \\ 1,3207 \end{pmatrix}$
8	$\begin{pmatrix} 560 \\ 700 \\ 490 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 168 \\ 210 \\ 147 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 235 \\ 465 \\ 110 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2,5350 \\ 1,1600 \\ 1,2400 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1,7999 \\ 0,8236 \\ 0,8804 \end{pmatrix}$
9	$\begin{pmatrix} 210 \\ 310 \\ 860 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 21 \\ 31 \\ 86 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 200 \\ 510 \\ 365 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1,2600 \\ -0,3116 \\ 0,4200 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1,0962 \\ -0,2711 \\ 0,3654 \end{pmatrix}$

Продовження табл. 4.2,

1	2	3	4	5	6
10	$\begin{pmatrix} 820 \\ 370 \\ 660 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 164 \\ 74 \\ 132 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 165 \\ 75 \\ 145 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,3000 \\ -0,0200 \\ -0,3615 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,3510 \\ -0,0234 \\ -0,4230 \end{pmatrix}$
11	$\begin{pmatrix} 810 \\ 780 \\ 570 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 243 \\ 234 \\ 171 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 155 \\ 205 \\ 500 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1,4081 \\ -0,9800 \\ -0,6600 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1,9009 \\ -1,3230 \\ -0,8910 \end{pmatrix}$
12	$\begin{pmatrix} 530 \\ 760 \\ 460 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 53 \\ 76 \\ 46 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 475 \\ 270 \\ 260 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,5000 \\ -0,1416 \\ 0,8100 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,4750 \\ -0,1345 \\ 0,7695 \end{pmatrix}$
13	$\begin{pmatrix} 300 \\ 330 \\ 510 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 60 \\ 66 \\ 102 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 100 \\ 130 \\ 25 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,9300 \\ 0,7100 \\ 0,0876 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,8928 \\ 0,6816 \\ 0,0841 \end{pmatrix}$
14	$\begin{pmatrix} 210 \\ 540 \\ 450 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 63 \\ 162 \\ 135 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 425 \\ 485 \\ 30 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3,5314 \\ 0,6900 \\ 0,8200 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -4,4496 \\ 0,8694 \\ 1,0332 \end{pmatrix}$
15	$\begin{pmatrix} 690 \\ 110 \\ 500 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 69 \\ 11 \\ 50 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 230 \\ 570 \\ 150 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,1200 \\ -0,9345 \\ 0,0400 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,1800 \\ -1,4018 \\ 0,0600 \end{pmatrix}$
16	$\begin{pmatrix} 460 \\ 370 \\ 360 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 92 \\ 74 \\ 72 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 360 \\ 70 \\ 285 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,9900 \\ 1,1200 \\ 0,1139 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,5445 \\ 0,6160 \\ 0,0626 \end{pmatrix}$
17	$\begin{pmatrix} 310 \\ 660 \\ 610 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 93 \\ 198 \\ 183 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 545 \\ 180 \\ 580 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2,2087 \\ -1,2500 \\ 0,2300 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2,2308 \\ -1,2625 \\ 0,2323 \end{pmatrix}$
18	$\begin{pmatrix} 530 \\ 210 \\ 780 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 53 \\ 21 \\ 78 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 495 \\ 325 \\ 400 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,5300 \\ 3,8633 \\ -0,6800 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,5724 \\ 4,1724 \\ -0,7344 \end{pmatrix}$
19	$\begin{pmatrix} 380 \\ 770 \\ 460 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 76 \\ 154 \\ 92 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 395 \\ 455 \\ 575 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1,3100 \\ 1,2000 \\ -3,0909 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1,9519 \\ 1,7880 \\ -4,6054 \end{pmatrix}$
20	$\begin{pmatrix} 110 \\ 620 \\ 570 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 33 \\ 186 \\ 171 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 295 \\ 415 \\ 80 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,9364 \\ 0,3500 \\ -0,2000 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,6555 \\ 0,2450 \\ -0,1400 \end{pmatrix}$
21	$\begin{pmatrix} 410 \\ 560 \\ 580 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 41 \\ 56 \\ 58 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 210 \\ 515 \\ 255 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1,0600 \\ 0,1650 \\ 0,5900 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,9116 \\ 0,1419 \\ 0,5074 \end{pmatrix}$
22	$\begin{pmatrix} 740 \\ 210 \\ 410 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 148 \\ 42 \\ 82 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 220 \\ 490 \\ 135 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,6300 \\ -0,6700 \\ 1,4802 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,6489 \\ -0,6901 \\ 1,5246 \end{pmatrix}$

Продовження табл. 4.2.

1	2	3	4	5	6
23	$\begin{pmatrix} 710 \\ 820 \\ 490 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 213 \\ 246 \\ 147 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 450 \\ 105 \\ 290 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1,3986 \\ -1,4500 \\ 0,4000 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1,6783 \\ -1,7400 \\ 0,4800 \end{pmatrix}$
24	$\begin{pmatrix} 290 \\ 160 \\ 500 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 29 \\ 16 \\ 50 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 435 \\ 440 \\ 305 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,8300 \\ -3,8169 \\ 0,7400 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1,2201 \\ -5,6108 \\ 1,0878 \end{pmatrix}$
25	$\begin{pmatrix} 420 \\ 330 \\ 260 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 84 \\ 66 \\ 52 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 250 \\ 595 \\ 175 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,9000 \\ 0,9400 \\ -2,6469 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,8460 \\ 0,8836 \\ -2,4881 \end{pmatrix}$
26	$\begin{pmatrix} 510 \\ 300 \\ 730 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 153 \\ 90 \\ 219 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 275 \\ 560 \\ 160 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,8818 \\ -1,2800 \\ -0,0900 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,9612 \\ -1,3952 \\ -0,0981 \end{pmatrix}$
27	$\begin{pmatrix} 650 \\ 810 \\ 340 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 65 \\ 81 \\ 34 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 600 \\ 565 \\ 60 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1,2100 \\ 0,5680 \\ 0,9600 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1,6819 \\ 0,7895 \\ 1,3344 \end{pmatrix}$
28	$\begin{pmatrix} 700 \\ 450 \\ 760 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 140 \\ 90 \\ 152 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 225 \\ 190 \\ 335 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,4300 \\ -1,4100 \\ 1,2309 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,3483 \\ -1,1421 \\ 0,9970 \end{pmatrix}$
29	$\begin{pmatrix} 610 \\ 860 \\ 690 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 183 \\ 258 \\ 207 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 50 \\ 390 \\ 420 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,0746 \\ -0,2600 \\ 0,3900 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -0,1074 \\ -0,3744 \\ 0,5616 \end{pmatrix}$
30	$\begin{pmatrix} 250 \\ 660 \\ 540 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 25 \\ 66 \\ 54 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 85 \\ 245 \\ 315 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1,4600 \\ -1,2812 \\ 0,8900 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1,9856 \\ -1,7424 \\ 1,2104 \end{pmatrix}$

### 4.3. Приклад виконання практичного завдання

1. Нехай, наприклад, задані вектор  $\vec{r}_i = \begin{pmatrix} r_{x_i} \\ r_{y_i} \\ r_{z_i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 680 \\ 370 \\ 240 \end{pmatrix}$  мм, вектор  $\vec{r}_{i+1} = \begin{pmatrix} r_{x_{i+1}} \\ r_{y_{i+1}} \\ r_{z_{i+1}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 136 \\ 74 \\ 48 \end{pmatrix}$  мм, вектор  $\vec{v}_i = \begin{pmatrix} v_{x_i} \\ v_{y_i} \\ v_{z_i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 150 \\ 100 \\ 325 \end{pmatrix}$  мм/с і вектор  $\omega_i = \begin{pmatrix} \omega_{x_i} \\ \omega_{y_i} \\ \omega_{z_i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,3888 \\ 1,4800 \\ -1,1800 \end{pmatrix}$  рад/с.

Рух інструменту маніпулятора промислового робота, який визначається вектором  $\vec{r}_i$ , вектором  $\vec{r}_{i+1}$ , вектором  $\vec{v}_i$  і вектором  $\vec{\omega}_i$ , показано на рис. 4.1.

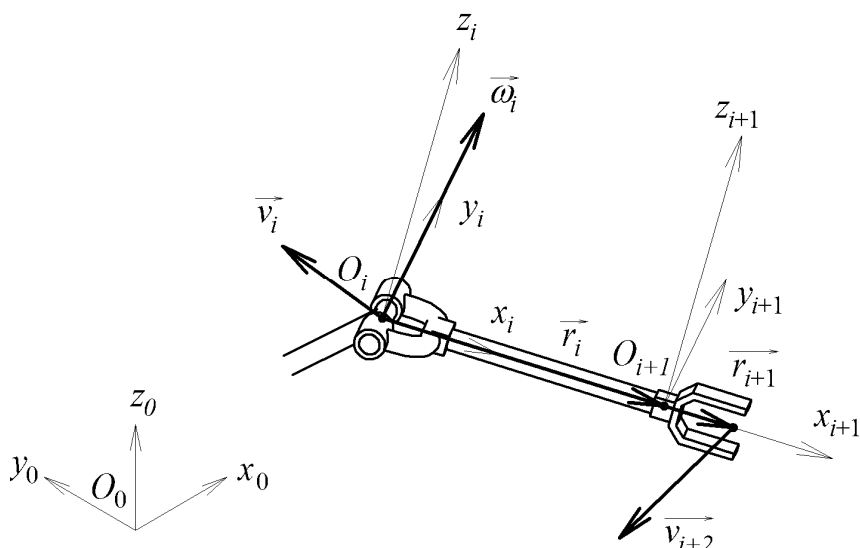


Рисунок 4.1. Рух інструменту маніпулятора промислового робота

Отже, вектор  $\overrightarrow{v_{i+2}}$  буде мати наступний вигляд:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{v_{i+2}} &= \overrightarrow{v_i} + \overrightarrow{\omega_i} \times (\overrightarrow{r_i} + \overrightarrow{r_{i+1}}) = \begin{pmatrix} v_{x_i} \\ v_{y_i} \\ v_{z_i} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \omega_{x_i} \\ \omega_{y_i} \\ \omega_{z_i} \end{pmatrix} \times \left( \begin{pmatrix} r_{x_i} \\ r_{y_i} \\ r_{z_i} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} r_{x_{i+1}} \\ r_{y_{i+1}} \\ r_{z_{i+1}} \end{pmatrix} \right) = \\ &= \begin{pmatrix} 150 \\ 100 \\ 325 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -0,3888 \\ 1,4800 \\ -1,1800 \end{pmatrix} \times \left( \begin{pmatrix} 680 \\ 370 \\ 240 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 136 \\ 74 \\ 48 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 1100,16 \\ -750,91 \\ -1055,31 \end{pmatrix} \text{ мм/с.} \end{aligned}$$

2. Нехай, наприклад, задані вектор  $\overrightarrow{r_i} = \begin{pmatrix} r_{x_i} \\ r_{y_i} \\ r_{z_i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 420 \\ 330 \\ 310 \end{pmatrix}$  мм, вектор

$$\begin{aligned} \overrightarrow{r_{i+1}} &= \begin{pmatrix} r_{x_{i+1}} \\ r_{y_{i+1}} \\ r_{z_{i+1}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 84 \\ 66 \\ 62 \end{pmatrix} \text{ мм, вектор } \overrightarrow{w_i} = \begin{pmatrix} w_{x_i} \\ w_{y_i} \\ w_{z_i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 220 \\ 420 \\ 530 \end{pmatrix} \text{ мм/с}^2, \text{ вектор } \overrightarrow{\omega_i} = \\ \begin{pmatrix} \omega_{x_i} \\ \omega_{y_i} \\ \omega_{z_i} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0,0800 \\ 0,7155 \\ -0,8700 \end{pmatrix} \text{ рад/с і вектор } \overrightarrow{\varepsilon_i} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{x_i} \\ \varepsilon_{y_i} \\ \varepsilon_{z_i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,0576 \\ 0,5152 \\ -0,6264 \end{pmatrix} \text{ рад/с}^2. \end{aligned}$$

Рух інструменту маніпулятора промислового робота, який визначається вектором  $\overrightarrow{r_i}$ , вектором  $\overrightarrow{r_{i+1}}$ , вектором  $\overrightarrow{w_i}$ , вектором  $\overrightarrow{\omega_i}$  і вектором  $\overrightarrow{\varepsilon_i}$ , показано на рис. 4.2.

Отже, вектор  $\overrightarrow{w_{i+2}}$  буде мати наступний вигляд:

$$\overrightarrow{w_{i+2}} = \overrightarrow{w_i} + \overrightarrow{\varepsilon_i} \times (\overrightarrow{r_i} + \overrightarrow{r_{i+1}}) + \overrightarrow{\omega_i} \times (\overrightarrow{\omega_i} \times (\overrightarrow{r_i} + \overrightarrow{r_{i+1}})) = \begin{pmatrix} w_{x_i} \\ w_{y_i} \\ w_{z_i} \end{pmatrix} +$$



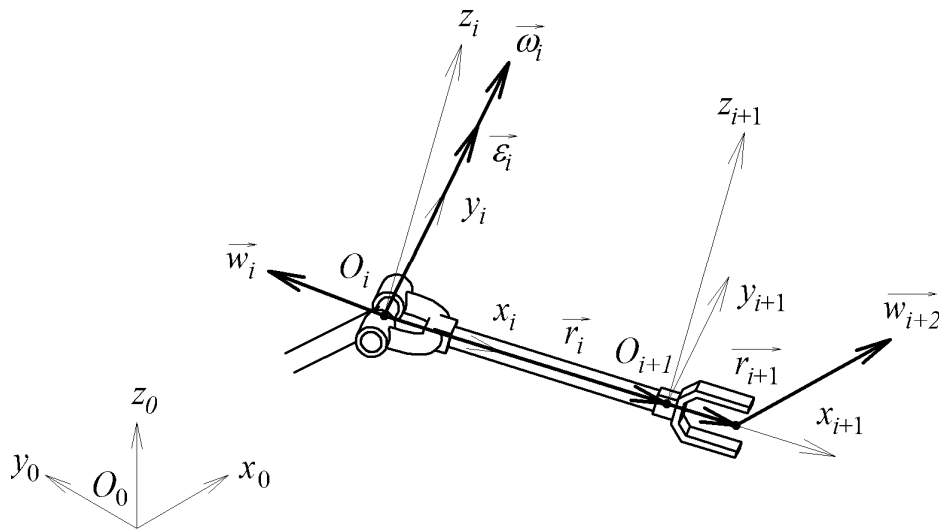


Рисунок 4.2. Рух інструменту маніпулятора промислового робота

$$\begin{aligned}
 & + \begin{pmatrix} \overrightarrow{\varepsilon_{x_i}} \\ \overrightarrow{\varepsilon_{y_i}} \\ \overrightarrow{\varepsilon_{z_i}} \end{pmatrix} \times \left( \begin{pmatrix} \overrightarrow{r_{x_i}} \\ \overrightarrow{r_{y_i}} \\ \overrightarrow{r_{z_i}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \overrightarrow{r_{x_{i+1}}} \\ \overrightarrow{r_{y_{i+1}}} \\ \overrightarrow{r_{z_{i+1}}} \end{pmatrix} \right) + \begin{pmatrix} \overrightarrow{\omega_{x_i}} \\ \overrightarrow{\omega_{y_i}} \\ \overrightarrow{\omega_{z_i}} \end{pmatrix} \times \left( \begin{pmatrix} \overrightarrow{\omega_{x_i}} \\ \overrightarrow{\omega_{y_i}} \\ \overrightarrow{\omega_{z_i}} \end{pmatrix} \times \left( \begin{pmatrix} \overrightarrow{r_{x_i}} \\ \overrightarrow{r_{y_i}} \\ \overrightarrow{r_{z_i}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \overrightarrow{r_{x_{i+1}}} \\ \overrightarrow{r_{y_{i+1}}} \\ \overrightarrow{r_{z_{i+1}}} \end{pmatrix} \right) \right) = \\
 & = \begin{pmatrix} 220 \\ 420 \\ 530 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0,0576 \\ 0,5152 \\ -0,6264 \end{pmatrix} \times \left( \begin{pmatrix} 420 \\ 330 \\ 310 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 84 \\ 66 \\ 62 \end{pmatrix} \right) + \\
 & + \begin{pmatrix} 0,0800 \\ 0,7155 \\ -0,8700 \end{pmatrix} \times \left( \begin{pmatrix} 0,0800 \\ 0,7155 \\ -0,8700 \end{pmatrix} \times \left( \begin{pmatrix} 420 \\ 330 \\ 310 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 84 \\ 66 \\ 62 \end{pmatrix} \right) \right) = \begin{pmatrix} 16,9892 \\ -422,1151 \\ -181,2562 \end{pmatrix} \text{ мм/с}^2.
 \end{aligned}$$

#### 4.4. Питання для самоперевірки

1. Як формулюється пряма динамічна задача?
2. Що таке переносний рух?
3. Що таке відносний рух?
4. Що таке абсолютний рух?
5. Що таке складений рух?
6. Як можна визначити швидкість при складеному русі?
7. Як можна визначити прискорення при складеному русі?
8. Що таке прискорення Кориоліса?

#### 4.5. Рекомендована література

Базова література: [1–4].

Додаткова література: [1–4].

## 5. ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ. ОБЕРНЕНА ДИНАМІЧНА ЗАДАЧА

### 5.1. План проведення практичного заняття

Практичне заняття присвячене дослідженню оберненої динамічної задачі маніпулятора промислового робота.

### 5.2. Практичне завдання

З  $i$ -м шарніром маніпулятора промислового робота зв'язана  $i$ -та ланка маніпулятора промислового робота, також до  $i$ -го шарніра маніпулятора промислового робота прив'язана система координат шарніра  $O_i x_i y_i z_i$ .

Довжина  $i$ -ї ланки маніпулятора промислового робота становить  $L_i$ , її напрям співпадає з напрямом осі  $x_i$  системи координат шарніра  $O_i x_i y_i z_i$ .

Питома вага  $i$ -ї ланки маніпулятора промислового робота, яка рівномірно розподілена вздовж цієї ланки, становить  $\rho_i$ .

З  $i$ -ою ланкою маніпулятора промислового робота зв'язаний  $i + 1$ -ий шарнір маніпулятора промислового робота і відповідний йому схоп маніпулятора промислового робота, також до схопу маніпулятора промислового робота прив'язана система координат схопу  $O_{i+1} x_{i+1} y_{i+1} z_{i+1}$ .

Довжина схопу маніпулятора промислового робота становить  $L_{i+1}$ , його напрям співпадає з напрямом осі  $x_{i+1}$  системи координат схопу  $O_{i+1} x_{i+1} y_{i+1} z_{i+1}$ .

Питома вага схопу маніпулятора промислового робота, яка рівномірно розподілена вздовж цього схопу, становить  $\rho_{i+1}$ .

Схоп маніпулятора промислового робота може утримувати вантаж масою від 0 до  $m$  кг, який розташовується в центрі схопу.

$i$ -а ланка маніпулятора промислового робота (разом з схопом маніпулятора промислового робота і вантажем) може обертатися навколо осі  $y_i$  системи координат шарніра  $O_i x_i y_i z_i$  з максимальною швидкістю  $\omega_i$ , яка забезпечується електромеханічним приводом  $i$ -го шарніра маніпулятора промислового робота.

$i$ -а ланка маніпулятора промислового робота (разом з схопом маніпулятора промислового робота і вантажем) може обертатися навколо осі  $y_i$  системи координат шарніра  $O_i x_i y_i z_i$  з максимальним прискоренням  $\varepsilon_i$ , яке забезпечуються електромеханічним приводом  $i$ -го шарніра маніпулятора

промислового робота.

Електромеханічний привід  $i$ -го шарніра маніпулятора промислового робота складається з електричного двигуна і знижувального редуктора, який має передатне відношення  $i$  і коефіцієнт корисної дії  $\eta$ .

Знайти мінімальні оберти електричного двигуна  $n$ , які дозволяють забезпечити швидкість  $i$ -ї ланки маніпулятора промислового робота (разом з схопом маніпулятора промислового робота і вантажем) не менше  $\omega_i$ .

Знайти мінімальний момент електричного двигуна  $M$ , який дозволяє при максимальній масі вантажу  $m$  забезпечити прискорення  $i$ -ї ланки маніпулятора промислового робота (разом з схопом маніпулятора промислового робота і вантажем) не менше  $\varepsilon_i$  (див. табл. 5.1).

Таблиця 5.1. Варіанти завдань

№ з/п	$L_i$ , мм	$\rho_i$ , кг/мм	$L_{i+1}$ , мм	$\rho_{i+1}$ , кг/мм	$m$ , кг	$i$	$\eta$ , %	$\omega_i$ , рад/с	$\varepsilon_i$ , рад/с <sup>2</sup>
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	980	0,0040	220	0,0052	4,0	40	94,0	4,0	4,5
2	860	0,0025	240	0,0058	2,5	80	93,5	4,5	5,7
3	680	0,0030	200	0,0040	10,0	100	92,5	6,5	6,9
4	1100	0,0035	230	0,0064	6,0	60	90,5	6,0	10,4
5	1040	0,0050	170	0,0034	1,0	50	93,0	5,5	11,4
6	620	0,0045	190	0,0046	5,0	50	91,0	3,0	6,0
7	740	0,0045	210	0,0034	12,0	40	91,5	8,5	10,7
8	800	0,0025	250	0,0046	8,0	60	90,0	8,0	8,1
9	740	0,0030	180	0,0064	2,0	80	92,0	3,5	3,9
10	680	0,0035	170	0,0040	1,5	100	94,5	2,0	3,4
11	800	0,0050	200	0,0052	5,0	50	92,0	7,5	9,4
12	1100	0,0040	250	0,0058	4,0	40	94,0	5,0	10,0
13	620	0,0045	210	0,0064	12,0	60	93,5	9,0	13,2
14	920	0,0030	220	0,0058	6,0	80	91,5	7,0	12,0
15	860	0,0025	230	0,0040	1,0	100	94,5	2,5	2,8
16	1040	0,0040	180	0,0034	1,5	40	90,0	2,0	2,0
17	980	0,0050	240	0,0052	8,0	80	91,0	5,5	6,9
18	980	0,0035	190	0,0046	10,0	60	93,0	6,5	6,7
19	1100	0,0030	170	0,0040	2,5	100	90,5	2,5	2,2

Продовження табл. 5.1.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
20	680	0,0035	250	0,0064	2,0	50	92,5	9,0	8,6
21	1040	0,0040	180	0,0046	8,0	80	93,0	3,0	3,3
22	740	0,0050	220	0,0058	2,0	100	92,5	4,5	5,0
23	920	0,0045	200	0,0034	1,5	40	92,0	3,5	5,9
24	860	0,0025	240	0,0052	4,0	60	93,5	8,5	13,0
25	620	0,0045	230	0,0034	5,0	50	90,0	4,0	6,5
26	800	0,0030	190	0,0058	2,5	60	90,5	5,0	4,9
27	620	0,0035	210	0,0052	12,0	50	94,5	8,0	12,6
28	740	0,0040	230	0,0046	6,0	40	91,0	7,0	8,8
29	920	0,0025	210	0,0064	1,0	100	91,5	7,5	8,3
30	860	0,0050	220	0,0040	10,0	80	94,0	6,0	9,6

### 5.3. Приклад виконання практичного завдання

Нехай, наприклад, задані  $L_i = 920$  мм,  $\rho_i = 0,0045$  кг/мм,  $L_{i+1} = 220$  мм,  $\rho_{i+1} = 0,0064$  кг/мм,  $m = 4,5$  кг,  $i = 75$ ,  $\eta = 93,5$  %,  $\omega_i = 3,5$  рад/с і  $\varepsilon_i = 4,4$  рад/с<sup>2</sup>.

Рух схопу маніпулятора промислового робота, який визначається довжиною  $L_i$ , питомою вагою  $\rho_i$ , довжиною  $L_{i+1}$ , питомою вагою  $\rho_{i+1}$ , масою  $m$ , передатним відношенням  $i$ , коефіцієнтом корисної дії  $\eta$ , швидкістю  $\omega_i$  і прискоренням  $\varepsilon_i$  показано на рис. 5.1.

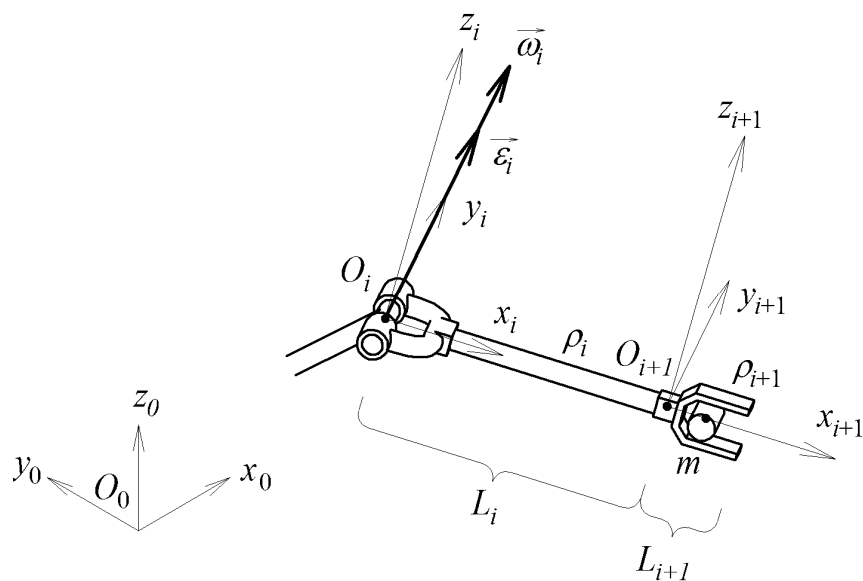


Рисунок 5.1. Рух схопу маніпулятора промислового робота

Момент інерції  $i$ -ї ланки маніпулятора промислового робота  $J_i$  (разом з схопом маніпулятора промислового робота і вантажем) має наступний вигляд:

$$\begin{aligned}
 J_i &= \int_0^{L_i} \rho_i x^2 dx + \int_{L_i}^{L_i+L_{i+1}} \rho_{i+1} x^2 dx + m \left( L_i + \frac{L_{i+1}}{2} \right)^2 = \left( \rho_i L_i \frac{L_i^2}{12} + \rho_i L_i \left( \frac{L_i}{2} \right)^2 \right) + \\
 &+ \left( \rho_{i+1} L_{i+1} \frac{L_{i+1}^2}{12} + \rho_{i+1} L_{i+1} \left( L_i + \frac{L_{i+1}}{2} \right)^2 \right) + m \left( L_i + \frac{L_{i+1}}{2} \right)^2 = \\
 &= \left( 0,0045 \cdot 920 \cdot \frac{920^2}{12} + 0,0045 \cdot 920 \cdot \left( \frac{920}{2} \right)^2 \right) + \\
 &+ \left( 0,0064 \cdot 220 \cdot \frac{220^2}{12} + 0,0064 \cdot 220 \cdot \left( 920 + \frac{220}{2} \right)^2 \right) + 4,5 \cdot \left( 920 + \frac{220}{2} \right)^2 = \\
 &= 7,4415 \cdot 10^6 \text{ кг} \cdot \text{мм}^2.
 \end{aligned}$$

Мінімальний момент електричного двигуна  $M$  буде мати наступний вигляд:

$$M = \frac{J_i \varepsilon_i}{i \eta} = \frac{7,4415 \cdot 10^6 \cdot 4,4}{75 \cdot 93,5} \cdot 100 = 4,6692 \cdot 10^5 \text{ кг} \cdot \text{мм}.$$

Мінімальні оберти електричного двигуна  $n$  будуть мати наступний вигляд:

$$n = \frac{i \omega_i}{2\pi} = \frac{75 \cdot 3,5}{2 \cdot 3,1416} = 41,7782 \frac{\text{об}}{\text{с}}.$$

#### 5.4. Питання для самоперевірки

1. Як формулюється обернена динамічна задача?
2. Як формулюється теорема Гюйгенса-Штейнера?
3. Що таке центр мас?
4. Що таке момент інерції?
5. Що таке питома вага?
6. Що таке передаточне відношення?
7. Що таке схоп?
8. Які типи приводів шарнірів найбільш часто використовуються в робототехніці?

#### 5.5. Рекомендована література

Базова література: [1–4].

Додаткова література: [1–4].

## 6. ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ. ПНЕВМАТИЧНИЙ ПРИВІД І ПНЕВМАТИЧНО- ГІДРАВЛІЧНИЙ ПІДСИЛЮВАЧ

### 6.1. План проведення практичного заняття

Практичне заняття присвячене дослідженню пневматичного приводу і пневматично-гідравлічного підсилювача.

### 6.2. Практичне завдання

1. Розрахувати основні параметри пневматичного приводу маніпулятора промислового робота (див. табл. 6.1).

Таблиця 6.1. Варіанти завдань

№ з/п	$F_{\text{ПОЗ}}$ , Н	$F_{\text{ПОП}}$ , Н	$p^{\text{П}}$ , Па	$D_{\text{П}}^{\text{П}}$ , м	$d_{\text{Ш}}^{\text{П}}$ , м	$L_{\text{МАКС}}^{\text{П}}$ , м	$L_{\text{МИН}}^{\text{П}}$ , м	$d^{\text{П}}$ , м	$v^{\text{П}}$ , м/с	$\eta^{\text{П}}$ , %	$k_{\text{Т}}^{\text{П}}$	$n^{\text{П}}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	3500	100	$8 \cdot 10^5$	0,20	0,06	0,80	0,11	0,014	17	90,0	0,14	1,30
2	4000	600	$4 \cdot 10^5$	0,24	0,03	0,70	0,17	0,016	18	88,5	0,10	1,35
3	2000	200	$7 \cdot 10^5$	0,28	0,04	0,75	0,14	0,010	15	86,5	0,15	1,20
4	3000	300	$3 \cdot 10^5$	0,16	0,06	1,20	0,20	0,024	19	86,0	0,12	1,25
5	2500	500	$5 \cdot 10^5$	0,22	0,04	1,15	0,18	0,020	16	85,5	0,13	1,40
6	2500	400	$6 \cdot 10^5$	0,30	0,03	1,00	0,10	0,022	18	89,0	0,11	1,20
7	3000	500	$4 \cdot 10^5$	0,18	0,05	0,60	0,16	0,018	15	88,0	0,12	1,30
8	2000	100	$3 \cdot 10^5$	0,28	0,04	0,65	0,15	0,012	19	87,5	0,15	1,25
9	3500	400	$7 \cdot 10^5$	0,30	0,05	0,85	0,19	0,020	17	89,5	0,14	1,35
10	4000	200	$6 \cdot 10^5$	0,16	0,06	0,95	0,12	0,024	20	85,0	0,11	1,40
11	3000	600	$8 \cdot 10^5$	0,18	0,03	1,10	0,15	0,010	16	87,0	0,13	1,35
12	2500	300	$5 \cdot 10^5$	0,20	0,05	1,05	0,17	0,022	20	86,5	0,10	1,30
13	2000	400	$7 \cdot 10^5$	0,22	0,03	0,90	0,20	0,012	16	87,0	0,11	1,40
14	4000	200	$4 \cdot 10^5$	0,24	0,04	0,60	0,16	0,018	15	85,5	0,10	1,20
15	3500	600	$5 \cdot 10^5$	0,26	0,06	1,15	0,10	0,016	18	86,0	0,14	1,25
16	4000	100	$6 \cdot 10^5$	0,22	0,03	1,10	0,11	0,014	18	88,0	0,12	1,20
17	2000	300	$3 \cdot 10^5$	0,20	0,05	0,80	0,12	0,022	15	90,0	0,15	1,40
18	3000	500	$8 \cdot 10^5$	0,30	0,06	1,20	0,14	0,012	17	87,5	0,13	1,25

Продовження табл. 6.1.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
19	2500	100	$5 \cdot 10^5$	0,18	0,04	1,05	0,18	0,016	19	89,0	0,11	1,35
20	3500	200	$7 \cdot 10^5$	0,28	0,03	0,90	0,19	0,010	17	88,5	0,13	1,30
21	4000	600	$4 \cdot 10^5$	0,16	0,06	0,65	0,13	0,018	19	89,5	0,15	1,30
22	3000	300	$3 \cdot 10^5$	0,24	0,04	0,75	0,11	0,020	16	85,0	0,12	1,20
23	2500	500	$8 \cdot 10^5$	0,26	0,05	0,95	0,12	0,014	16	85,0	0,10	1,35
24	2000	400	$6 \cdot 10^5$	0,18	0,03	0,85	0,16	0,024	16	89,5	0,12	1,40
25	3500	200	$4 \cdot 10^5$	0,16	0,06	1,00	0,10	0,012	15	85,5	0,13	1,25
26	3500	600	$5 \cdot 10^5$	0,26	0,05	0,70	0,20	0,014	18	87,5	0,10	1,30
27	4000	500	$8 \cdot 10^5$	0,22	0,05	0,95	0,15	0,020	18	86,0	0,14	1,40
28	2000	400	$6 \cdot 10^5$	0,20	0,06	0,85	0,13	0,022	19	87,0	0,15	1,35
29	3000	100	$7 \cdot 10^5$	0,24	0,03	1,10	0,17	0,010	20	88,0	0,11	1,25
30	2500	300	$7 \cdot 10^5$	0,28	0,04	1,20	0,14	0,024	19	88,5	0,13	1,20

2. Розрахувати основні параметри пневматично-гідравлічного підсилювача (див. табл. 6.2).

Таблиця 6.2. Варіанти завдань

№ з/п	$F_{\text{Поз}}, \text{Н}$	$p^{\text{П}}, \text{Па}$	$D_{\text{П}}^{\text{П}}, \text{м}$	$d_{\text{Ш}}^{\text{П}}, \text{м}$	$D_{\text{П}}^{\text{Г}}, \text{м}$	$\eta^{\text{П}}, \%$	$d^{\text{П}}, \text{м}$	$v^{\text{П}}, \text{м/с}$	$\eta^{\text{Г}}, \%$	$n^{\text{П-Г}}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	5500	$5 \cdot 10^5$	0,25	0,05	0,11	87,0	0,013	18	85,5	1,35
2	8000	$6 \cdot 10^5$	0,26	0,09	0,16	88,0	0,017	17	86,0	1,40
3	7500	$7 \cdot 10^5$	0,20	0,07	0,12	89,0	0,020	16	89,0	1,35
4	6500	$7 \cdot 10^5$	0,16	0,06	0,14	87,5	0,012	18	85,0	1,40
5	5000	$4 \cdot 10^5$	0,30	0,08	0,13	89,5	0,011	20	88,0	1,35
6	7000	$7 \cdot 10^5$	0,28	0,04	0,15	86,5	0,014	15	89,5	1,25
7	6000	$7 \cdot 10^5$	0,15	0,09	0,14	86,0	0,019	16	87,5	1,40
8	4500	$5 \cdot 10^5$	0,19	0,04	0,15	88,5	0,015	16	88,0	1,25
9	3500	$6 \cdot 10^5$	0,27	0,07	0,11	85,5	0,016	18	85,5	1,40
10	4000	$8 \cdot 10^5$	0,21	0,06	0,12	87,0	0,018	19	85,0	1,30
11	8000	$3 \cdot 10^5$	0,23	0,08	0,16	90,0	0,012	20	88,5	1,20
12	4500	$3 \cdot 10^5$	0,18	0,05	0,13	86,0	0,015	20	89,5	1,25
13	4000	$8 \cdot 10^5$	0,24	0,06	0,15	87,5	0,020	15	88,0	1,30

Продовження табл. 6.2.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
14	3500	$7 \cdot 10^5$	0,17	0,09	0,16	88,5	0,018	17	87,0	1,40
15	6000	$5 \cdot 10^5$	0,22	0,07	0,14	88,5	0,011	17	89,0	1,30
16	7000	$4 \cdot 10^5$	0,29	0,08	0,12	90,0	0,017	15	86,0	1,35
17	5000	$7 \cdot 10^5$	0,15	0,04	0,11	85,0	0,016	17	88,5	1,30
18	5500	$3 \cdot 10^5$	0,23	0,05	0,13	85,0	0,014	15	86,0	1,20
19	6500	$6 \cdot 10^5$	0,16	0,08	0,11	88,0	0,013	19	87,0	1,25
20	7500	$6 \cdot 10^5$	0,29	0,09	0,16	89,0	0,019	18	86,5	1,25
21	7000	$5 \cdot 10^5$	0,28	0,07	0,13	87,5	0,020	19	85,0	1,25
22	6000	$3 \cdot 10^5$	0,24	0,04	0,14	88,0	0,014	15	87,0	1,40
23	6500	$5 \cdot 10^5$	0,18	0,05	0,12	89,5	0,017	18	87,5	1,20
24	8000	$4 \cdot 10^5$	0,19	0,06	0,15	89,5	0,018	16	85,5	1,30
25	4500	$4 \cdot 10^5$	0,26	0,08	0,12	85,0	0,015	19	87,5	1,35
26	3500	$8 \cdot 10^5$	0,17	0,04	0,11	85,5	0,012	19	89,5	1,30
27	4000	$4 \cdot 10^5$	0,25	0,09	0,14	85,5	0,019	16	88,5	1,20
28	7500	$6 \cdot 10^5$	0,30	0,05	0,15	86,0	0,011	18	86,5	1,20
29	5000	$8 \cdot 10^5$	0,27	0,07	0,13	87,0	0,016	16	90,0	1,20
30	5500	$8 \cdot 10^5$	0,21	0,06	0,16	86,5	0,013	19	90,0	1,35

### 6.3. Приклад виконання практичного завдання

1. Нехай, наприклад, задані сила корисного поздовжнього навантаження штока  $F_{\text{Поз}} = 3000$  Н, сила шкідливого поперечного навантаження штока  $F_{\text{Поп}} = 400$  Н, тиск стиснутого повітря  $p^{\text{П}} = 4 \cdot 10^5$  Па, діаметр поршня пневматичного циліндра  $D_{\text{П}}^{\text{П}} = 0,26$  м, діаметр штока пневматичного циліндра  $d_{\text{Ш}}^{\text{П}} = 0,05$  м, максимальний зовнішній хід поршня (штока) пневматичного циліндра  $L_{\text{МАКС}}^{\text{П}} = 0,80$  м, мінімальний внутрішній хід поршня (штока) пневматичного циліндра  $L_{\text{МИН}}^{\text{П}} = 0,13$  м, діаметр проводу стиснутого повітря  $d^{\text{П}} = 0,016$  м, швидкість стиснутого повітря  $v^{\text{П}} = 19$  м/с, коефіцієнт корисної дії пневматичного циліндра  $\eta^{\text{П}} = 86,0$  %, коефіцієнт тертя між поршнем пневматичного циліндра і пневматичним циліндром  $k_{\text{Т}}^{\text{П}} = 0,12$  і коефіцієнт запасу  $n^{\text{П}} = 1,35$  (див. рис. 6.1).



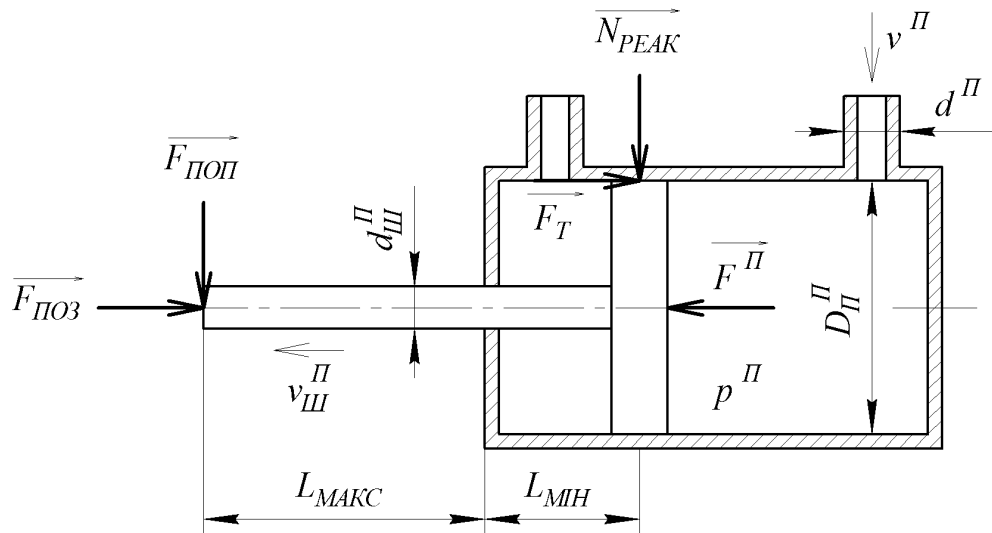


Рисунок 6.1. Пневматичний привід маніпулятора промислового робота

Повітря в правій частині пневматичного циліндра може тиснути на поршень пневматичного циліндра (з метою створити зусилля, яке буде більше ніж сила корисного поздовжнього навантаження штока  $F_{\text{Поз}}$ ) з наступною силою  $F_{\text{ПРАВ}}^{\text{II}}$ :

$$F_{\text{ПРАВ}}^{\text{II}} = \frac{\pi (D_{\text{II}}^{\text{II}})^2 p^{\text{II}}}{4} = \frac{3,1416 \cdot 0,26^2 \cdot 4 \cdot 10^5}{4} = 2,1237 \cdot 10^5 \text{ Н.}$$

Повітря в лівій частині пневматичного циліндра може тиснути на поршень пневматичного циліндра (з метою повернути такий поршень у початкове положення) з наступною силою  $F_{\text{ЛІВ}}^{\text{II}}$  (трохи меншою, ніж сила  $F_{\text{ПРАВ}}^{\text{II}}$ ):

$$F_{\text{ЛІВ}}^{\text{II}} = \frac{\pi \left( (D_{\text{II}}^{\text{II}})^2 - (d_{\text{III}}^{\text{II}})^2 \right) p^{\text{II}}}{4} = \frac{3,1416 \cdot (0,26^2 - 0,05^2) \cdot 4 \cdot 10^5}{4} = 2,0452 \cdot 10^5 \text{ Н.}$$

Крім того, на поршень пневматичного циліндра може діяти сила реакції  $N_{\text{РЕАК}}$ , яка виникає як реакція такого поршня на силу шкідливого поперечного навантаження  $F_{\text{ПОП}}$ , причому максимальне значення такої сили (в крайньому лівому положенні поршня пневматичного циліндра) може бути знайдено з рівняння

$$F_{\text{ПОП}} L_{\text{МАКС}}^{\text{II}} = N_{\text{РЕАК}} L_{\text{МИН}}^{\text{II}}.$$

Отже, сила  $N_{\text{РЕАК}}$  буде такою:

$$N_{\text{РЕАК}} = \frac{F_{\text{ПОП}} L_{\text{МАКС}}^{\text{II}}}{L_{\text{МИН}}^{\text{II}}} = \frac{400 \cdot 0,80}{0,13} = 2,4615 \cdot 10^3 \text{ Н.}$$

При руху поршня пневматичного циліндра (як зліва направо, так і справа наліво) виникає сила тертя такого поршня об стінки пневматичного циліндра

$F_T$ , максимальне значення якої буде наступним:

$$F_T = k_T^{\Pi} N_{\text{РЕАК}} = 0,12 \cdot 2,4615 \cdot 10^3 = 2,9538 \cdot 10^2 \text{ Н.}$$

Таким чином, при руху поршня пневматичного циліндра максимальне зусилля штока такого поршня  $F_{\text{Ш}}^{\Pi}$  (на рис. 6.1 не показане), яке він зможе розвинути (без урахування втрат), буде таким:

$$F_{\text{Ш}}^{\Pi} = F_{\text{ПРАВ}}^{\Pi} - F_T = 2,1237 \cdot 10^5 - 2,9538 \cdot 10^2 = 2,0942 \cdot 10^4 \text{ Н.}$$

Насправді при руху поршня пневматичного циліндра, внаслідок неідеальності виготовлення всіх складових пневматичного циліндра, зношення цих складових в процесі роботи, забруднення внутрішньої поверхні пневматичного циліндра і інших чинників зусилля  $F_{\text{Ш}}^{\Pi}$  буде трохи меншим:

$$F_{\text{Ш}}^{\Pi} = \frac{(F_{\text{ПРАВ}}^{\Pi} - F_T) \eta^{\Pi}}{100} = \frac{(2,1237 \cdot 10^5 - 2,9538 \cdot 10^2) \cdot 86,0}{100} = 1,8010 \text{ Н.}$$

Для стабільної і надійної роботи пневматичного приводу необхідно, щоб зусилля  $F_{\text{Ш}}^{\Pi}$  було з певним “запасом”. Отже, пневматичний циліндр гарантовано буде розвивати зусилля  $F_{\text{Ш}}^{\Pi}$ , яке буде наступним:

$$F_{\text{Ш}}^{\Pi} = \frac{(F_{\text{ПРАВ}}^{\Pi} - F_T) \eta^{\Pi}}{100 n^{\Pi}} = \frac{(2,1237 \cdot 10^5 - 2,9538 \cdot 10^2) \cdot 86,0}{100 \cdot 1,35} = 1,3341 \cdot 10^4 \text{ Н.}$$

Так як умова

$$F_{\text{Ш}}^{\Pi} = 1,3341 \cdot 10^4 \text{ Н} > F_{\text{ПОЗ}} = 3000 \text{ Н}$$

виконується, то пневматичний привід буде стабільно і надійно працювати.

Гарантована швидкість переміщення штока пневматичного циліндра справа наліво  $v_{\text{Ш}}$  буде наступною:

$$v_{\text{Ш}} = \frac{(d^{\Pi})^2 v^{\Pi}}{(D_{\text{П}}^{\Pi})^2} = \frac{0,016^2 \cdot 19}{0,26^2} = 0,0720 \text{ м/с.}$$

А гарантована швидкість переміщення штока пневматичного циліндра зліва направо буде такою:

$$v_{\text{Ш}} = \frac{(d^{\Pi})^2 v^{\Pi}}{(D_{\text{П}}^{\Pi})^2 - (d_{\text{Ш}}^{\Pi})^2} = \frac{0,016^2 \cdot 19}{0,26^2 - 0,05^2} = 0,0747 \text{ м/с.}$$

2. Нехай, наприклад, задані сила корисного поздовжнього навантаження штока  $F_{\text{ПОЗ}} = 7000 \text{ Н}$ , тиск стиснутого повітря  $p^{\Pi} = 5 \cdot 10^5 \text{ Па}$ , діаметр поршня пневматичного циліндра  $D_{\text{П}}^{\Pi} = 0,21 \text{ м}$ , діаметр штока пневматичного циліндра  $d_{\text{Ш}}^{\Pi} = 0,06 \text{ м}$ , діаметр поршня гідравлічного циліндра  $D_{\text{П}}^{\Gamma} = 0,16 \text{ м}$ , діаметр проводу стиснутого повітря  $d^{\Pi} = 0,011 \text{ м}$ , швидкість стиснутого повітря

$v^{\Pi} = 15$  м/с, коефіцієнт корисної дії пневматичного циліндра  $\eta^{\Pi} = 88,0$  %, коефіцієнт корисної дії гідравлічного циліндра  $\eta^{\Gamma} = 87,0$  % і коефіцієнт запасу  $n^{\Pi-\Gamma} = 1,30$  (див. рис. 6.2).

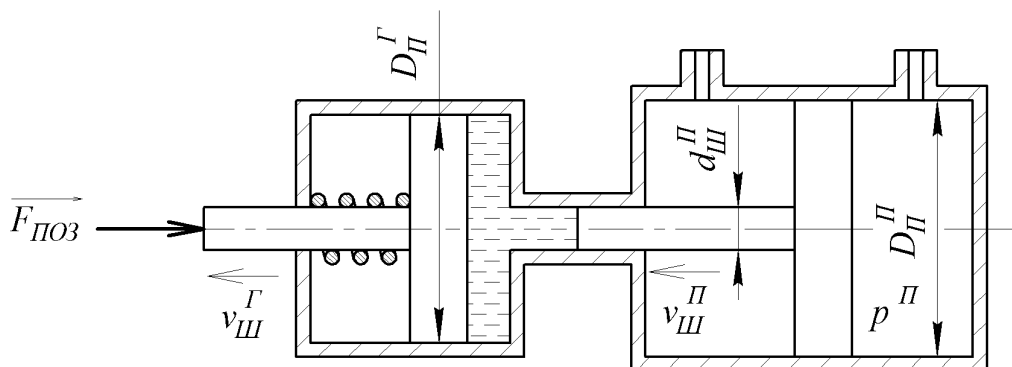


Рисунок 6.2. Пневматично-гідравлічний підсилювач

Повітря в правій частині пневматичного циліндра може тиснути на поршень пневматичного циліндра з наступною силою  $F^{\Pi}$ :

$$F^{\Pi} = \frac{\pi(D_{II}^{\Pi})^2 p^{\Pi}}{4} = \frac{3,1416 \cdot 0,21^2 \cdot 5 \cdot 10^5}{4} = 1,7318 \cdot 10^4 \text{ Н.}$$

В свою чергу, шток пневматичного циліндра буде тиснути на рідину в правій частині гідравлічного циліндра з такою силою  $F^{\Pi-\Gamma}$ :

$$F^{\Pi-\Gamma} = \frac{F^{\Pi} \eta^{\Pi}}{100} = \frac{1,7318 \cdot 10^4 \text{ Н} \cdot 88,0}{100} = 1,5240 \cdot 10^4 \text{ Н.}$$

При цьому в гідравлічному циліндрі буде розвиватися наступний тиск  $p^{\Gamma}$ :

$$p^{\Gamma} = \frac{4F^{\Pi-\Gamma}}{\pi(d_{III}^{\Pi})^2} = \frac{4 \cdot 1,5240 \cdot 10^4}{3,1416 \cdot (0,06)^2} = 5,3900 \cdot 10^6 \text{ Н.}$$

А рідина в правій частині гідравлічного циліндра буде тиснути на поршень гідравлічного циліндра з такою силою  $F^{\Gamma}$ :

$$F^{\Gamma} = \frac{\pi(D_{II}^{\Gamma})^2 p^{\Gamma}}{4} = \frac{3,1416 \cdot 0,16^2 \cdot 5,3900 \cdot 10^6}{4} = 1,0837 \cdot 10^5 \text{ Н.}$$

Відповідно, при руху поршня гідравлічного циліндра максимальне зусилля штока такого поршня  $F_{III}^{\Gamma}$  (на рис. 6.2 не показане) буде таким:

$$F_{III}^{\Gamma} = \frac{F^{\Gamma} \eta^{\Pi}}{100} = \frac{1,0837 \cdot 10^5 \cdot 87,0}{100} = 9,4284 \cdot 10^4 \text{ Н.}$$

Для стабільної і надійної роботи пневматично-гідравлічного підсилювача  $F_{III}^{\Gamma}$  повинно бути із запасом:

$$F_{\text{Ш}}^{\Gamma} = \frac{F^{\Gamma} \eta^{\Pi}}{100 n^{\Pi-\Gamma}} = \frac{1,0837 \cdot 10^5 \cdot 87,0}{100 \cdot 1,30} = 7,2526 \cdot 10^4 \text{ Н.}$$

Так як умова

$$F_{\text{Ш}}^{\Gamma} = 7,2526 \cdot 10^4 \text{ Н} > F_{\text{Поз}} = 7000 \text{ Н}$$

виконується, то пневматично-гідравлічний підсилювач буде стабільно і надійно працювати.

Гарантована швидкість переміщення штока пневматичного циліндра  $v_{\text{Ш}}^{\Pi}$  буде наступною:

$$v_{\text{Ш}}^{\Pi} = \frac{(d^{\Pi})^2 v^{\Pi}}{(D_{\Pi}^{\Pi})^2} = \frac{0,011^2 \cdot 15}{0,21^2} = 0,0412 \text{ м/с.}$$

А гарантована швидкість переміщення штока гідравлічного циліндра  $v_{\text{Ш}}^{\Gamma}$  буде такою:

$$v_{\text{Ш}}^{\Gamma} = \frac{(d_{\text{Ш}}^{\Pi})^2 (d^{\Pi})^2 v^{\Pi}}{(D_{\Pi}^{\Gamma})^2 (D_{\Pi}^{\Pi})^2} = \frac{0,06^2 \cdot 0,011^2 \cdot 15}{0,16^2 \cdot 0,21^2} = 0,0058 \text{ м/с.}$$

#### 6.4. Питання для самоперевірки

1. Які переваги і недоліки мають механічні приводи маніпуляторів промислових роботів?
2. Які переваги і недоліки мають пневматичні приводи маніпуляторів промислових роботів?
3. Які переваги і недоліки мають гідравлічні приводи маніпуляторів промислових роботів?
4. Які основне призначення і область використання пневматично-гідравлічних підсилювачів?
5. Який тиск звичайно є робочим для пневматичних і гідравлічних циліндрів?
6. Яка швидкість подачі повітря і рідини звичайно є робочою для відповідно пневматичних і гідравлічних циліндрів?
7. Яка швидкість переміщення звичайно є робочою для поршнів пневматичних і гідравлічних циліндрів?

#### 6.5. Рекомендована література

Базова література: [1–4].

Додаткова література: [1–4].

## 7. ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ.

### ЗУСИЛЛЯ ЗАТИСКАННЯ ПРИВОДІВ І УТРИМАННЯ СХОПІВ

#### 7.1. План проведення практичного заняття

Практичне заняття присвячене дослідженню зусиль затискання приводів і утримання схопів маніпуляторів промислових роботів.

#### 7.2. Практичне завдання

1. Розрахувати зусилля утримання схопів  $N$  (див. табл. 7.1).

Таблиця 7.1. Варіанти завдань

№ з/п	$P$ , Н	$L_1$ , м	$L_2$ , м	$L_3$ , м	$L_4$ , м	$\alpha$ , °	$\beta$ , °	$\eta$ , %	Кінематична схема
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	400	0,075	0,240	–	–	15	85	93,5	Див. рис. 7.1
2	150	0,080	0,100	–	–	25	–	95,5	Див. рис. 7.2
3	100	0,050	0,150	–	–	30	40	97,5	Див. рис. 7.3
4	175	0,070	0,050	0,055	0,320	10	55	97,0	Див. рис. 7.4
5	350	0,060	0,230	–	–	10	80	96,0	Див. рис. 7.5
6	200	0,065	0,220	–	–	15	70	95,0	Див. рис. 7.1
7	125	0,055	0,110	–	–	25	–	94,5	Див. рис. 7.2
8	275	0,090	0,180	–	–	20	60	94,0	Див. рис. 7.3
9	225	0,085	0,060	0,065	0,280	30	75	98,0	Див. рис. 7.4
10	300	0,085	0,170	–	–	10	50	95,0	Див. рис. 7.5
11	375	0,090	0,140	–	–	15	65	94,0	Див. рис. 7.1
12	450	0,055	0,200	–	–	20	–	96,5	Див. рис. 7.2
13	250	0,070	0,210	–	–	25	45	94,5	Див. рис. 7.3
14	325	0,060	0,065	0,060	0,380	30	50	97,0	Див. рис. 7.4
15	250	0,050	0,120	–	–	20	55	97,5	Див. рис. 7.5
16	300	0,065	0,190	–	–	10	85	96,0	Див. рис. 7.1
17	225	0,075	0,160	–	–	25	–	93,5	Див. рис. 7.2
18	375	0,080	0,130	–	–	30	40	98,0	Див. рис. 7.3
19	200	0,075	0,055	0,050	0,300	15	65	95,5	Див. рис. 7.4
20	450	0,055	0,160	–	–	30	75	97,0	Див. рис. 7.5
21	425	0,060	0,220	–	–	20	80	94,0	Див. рис. 7.1

Продовження табл. 7.1.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
22	400	0,050	0,150	–	–	10	–	95,0	Див. рис. 7.2
23	275	0,080	0,230	–	–	15	45	96,5	Див. рис. 7.3
24	325	0,085	0,055	0,060	0,360	25	60	97,5	Див. рис. 7.4
25	100	0,065	0,190	–	–	20	70	93,5	Див. рис. 7.5
26	125	0,070	0,210	–	–	25	60	95,5	Див. рис. 7.1
27	175	0,090	0,200	–	–	30	–	96,0	Див. рис. 7.2
28	350	0,065	0,180	–	–	10	80	98,0	Див. рис. 7.3
29	150	0,085	0,050	0,065	0,340	15	65	94,5	Див. рис. 7.4
30	175	0,050	0,110	–	–	10	45	97,0	Див. рис. 7.5

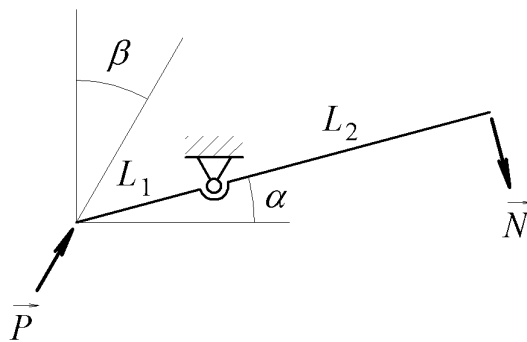


Рисунок 7.1. Кінематична схема схопу маніпулятора промислового робота №1

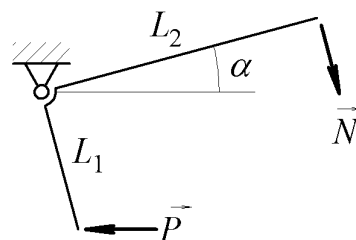


Рисунок 7.2. Кінематична схема схопу маніпулятора промислового робота №2

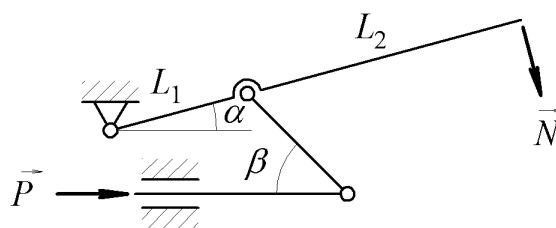


Рисунок 7.3. Кінематична схема схопу маніпулятора промислового робота №3

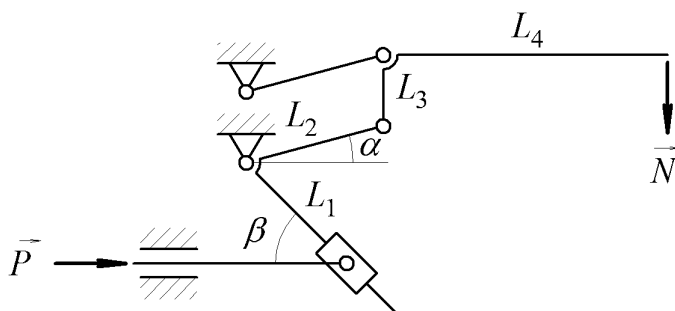


Рисунок 7.4. Кінематична схема захопу маніпулятора промислового робота №4

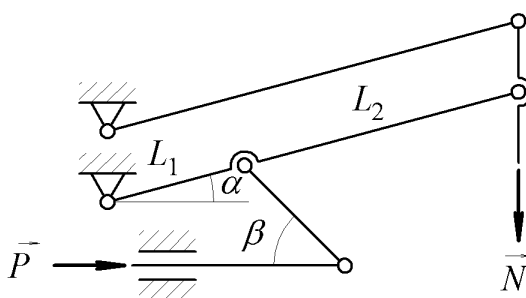


Рисунок 7.5. Кінематична схема захопу маніпулятора промислового робота №5

2. Розрахувати масу деталі  $m$ , яку зможуть утримувати дві пласкі губки (див. табл. 7.2).

Таблиця 7.2. Варіанти завдань

№ з/п	$N$ , Н	$\mu$	№ з/п	$N$ , Н	$\mu$
1	2	3	4	5	6
1	380	0,34	16	120	0,32
2	220	0,14	17	240	0,30
3	340	0,35	18	320	0,31
4	160	0,32	19	380	0,13
5	400	0,15	20	280	0,14
6	240	0,33	21	200	0,35
7	120	0,15	22	140	0,12
8	200	0,13	23	400	0,33
9	260	0,12	24	160	0,15
10	360	0,30	25	360	0,34

Продовження табл. 7.2.

1	2	3	4	5	6
11	180	0,35	26	220	0,13
12	140	0,32	27	300	0,30
13	300	0,14	28	340	0,31
14	280	0,31	29	260	0,33
15	180	0,34	30	220	0,12

3. Розрахувати масу деталі  $m$ , яку зможуть утримувати одна пласка і одна призматична губки (див. табл. 7.3).

Таблиця 7.3. Варіанти завдань

№ з/п	$N$ , Н	$\mu$	$\varphi$ , °	№ з/п	$N$ , Н	$\mu$	$\varphi$ , °
1	2	3	4	5	6	7	8
1	300	0,34	56	16	275	0,34	46
2	150	0,30	50	17	425	0,33	78
3	325	0,12	76	18	175	0,32	80
4	350	0,31	74	19	225	0,13	42
5	400	0,14	58	20	450	0,35	66
6	275	0,32	62	21	350	0,15	64
7	225	0,15	44	22	400	0,35	70
8	125	0,35	70	23	375	0,13	64
9	250	0,13	54	24	100	0,33	58
10	175	0,33	48	25	150	0,34	72
11	200	0,30	72	26	300	0,30	80
12	450	0,12	60	27	325	0,14	56
13	425	0,14	52	28	200	0,31	76
14	375	0,31	68	29	250	0,12	54
15	100	0,15	40	30	125	0,32	48

4. Розрахувати масу деталі  $m$ , яку зможуть утримувати дві призматичні губки (див. табл. 7.4).



Таблиця 7.4. Варіанти завдань

№ з/п	$N$ , Н	$\mu$	$\varphi$ , °	№ з/п	$N$ , Н	$\mu$	$\varphi$ , °
1	2	3	4	5	6	7	8
1	270	0,33	52	16	170	0,35	66
2	370	0,15	74	17	310	0,12	80
3	330	0,30	40	18	210	0,32	64
4	250	0,13	50	19	370	0,14	52
5	290	0,31	78	20	130	0,34	40
6	170	0,30	60	21	330	0,32	76
7	150	0,13	44	22	190	0,12	42
8	210	0,33	66	23	390	0,35	50
9	130	0,15	68	24	290	0,31	56
10	190	0,34	46	25	250	0,14	78
11	310	0,14	62	26	110	0,30	74
12	390	0,31	42	27	270	0,34	70
13	110	0,35	72	28	150	0,13	58
14	350	0,15	48	29	230	0,32	62
15	230	0,33	68	30	350	0,12	60

### 7.3. Приклад виконання практичного завдання

1. Нехай, наприклад, задані зусилля затискання приводів  $P = 425$  Н, кут  $\alpha = 20^\circ$  і коефіцієнт корисної дії  $\eta = 96,5\%$  (див. рис. 7.6).

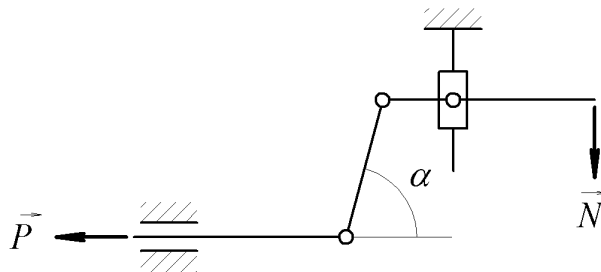


Рисунок 7.6. Кінематична схема схопу маніпулятора промислового робота

Зусилля утримання схопів  $N$  буде мати наступний вигляд:

$$N = \frac{P \sin(2\alpha)}{2} = \frac{425 \cdot \sin(2 \cdot 20^\circ)}{2} = 136,5924 \text{ Н.}$$

2. Нехай, наприклад, задані зусилля утримання схопів  $N = 380 \text{ Н}$  і коефіцієнт тертя  $\mu = 0,33$  (див. рис. 7.7).

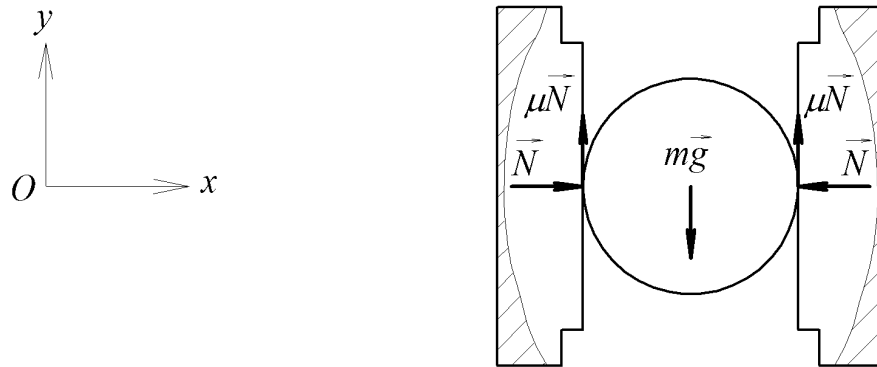


Рисунок 7.7. Схема утримання деталі двома плоскими губками

Проекції сил, які діють на деталь, на вісь  $x$  дають наступне рівняння:

$$N - N = 0.$$

Таким чином, умова рівноваги деталі відносно осі  $x$  виконується повністю.

Проекції сил, які діють на деталь, на вісь  $y$  дають наступне рівняння:

$$\mu N - mg + \mu N = 0,$$

де  $g$  – прискорення вільного падіння,  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ .

Звідси можна отримати, що маса деталі  $m$  буде наступною:

$$m = \frac{2\mu N}{g} = \frac{2 \cdot 0,33 \cdot 380}{9,8} = 25,5918 \text{ кг.}$$

3. Нехай, наприклад, задані зусилля утримання схопів  $N = 275 \text{ Н}$ , коефіцієнт тертя  $\mu = 0,14$  і кут  $\varphi = 54^\circ$  (див. рис. 7.8).

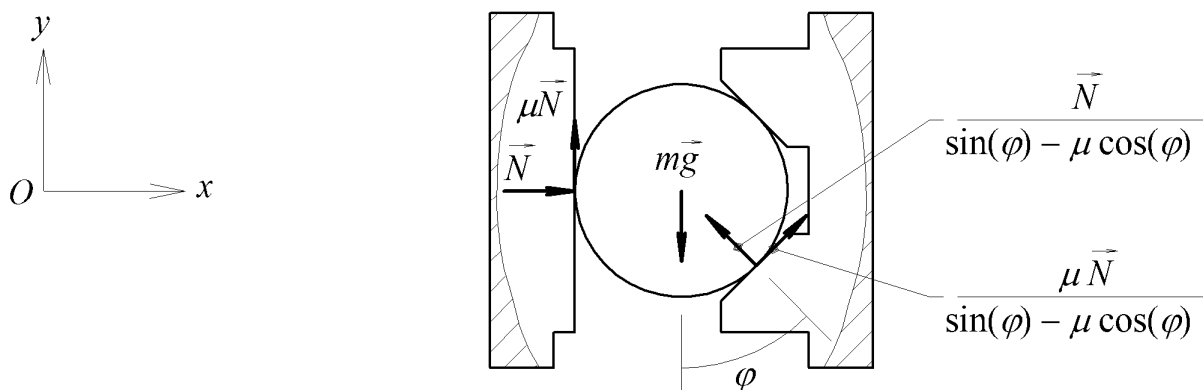


Рисунок 7.8. Схема утримання деталі однією плоскою і однією призматичною губками

Припускається, що при максимальному навантаженні призматичної губки деталь буде спиратися тільки на нижню частину цієї губки.

Проекції сил, які діють на деталь, на вісь  $x$  дають наступне рівняння:

$$N - \frac{N \sin(\varphi)}{\sin(\varphi) - \mu \cos(\varphi)} + \frac{\mu N \cos(\varphi)}{\sin(\varphi) - \mu \cos(\varphi)} = 0.$$

Таким чином, умова рівноваги деталі відносно осі  $x$  виконується повністю.

Проекції сил, які діють на деталь, на вісь  $y$  дають наступне рівняння:

$$\mu N - mg + \frac{N \cos(\varphi)}{\sin(\varphi) - \mu \cos(\varphi)} + \frac{\mu N \sin(\varphi)}{\sin(\varphi) - \mu \cos(\varphi)} = 0.$$

Звідси можна отримати, що маса деталі  $m$  буде наступною:

$$m = \frac{N}{g} \left( \mu + \frac{\cos(\varphi) + \mu \sin(\varphi)}{\sin(\varphi) - \mu \cos(\varphi)} \right) = \frac{275}{9,8} \cdot \left( 0,14 + \frac{\cos(54^\circ) + \mu \cdot \sin(54^\circ)}{\sin(54^\circ) - \mu \cdot \cos(54^\circ)} \right) = 30,9982 \text{ кг.}$$

4. Нехай, наприклад, задані зусилля утримання схопів  $N = 350 \text{ Н}$ , коефіцієнт тертя  $\mu = 0,30$  і кут  $\varphi = 44^\circ$  (див. рис. 7.9).

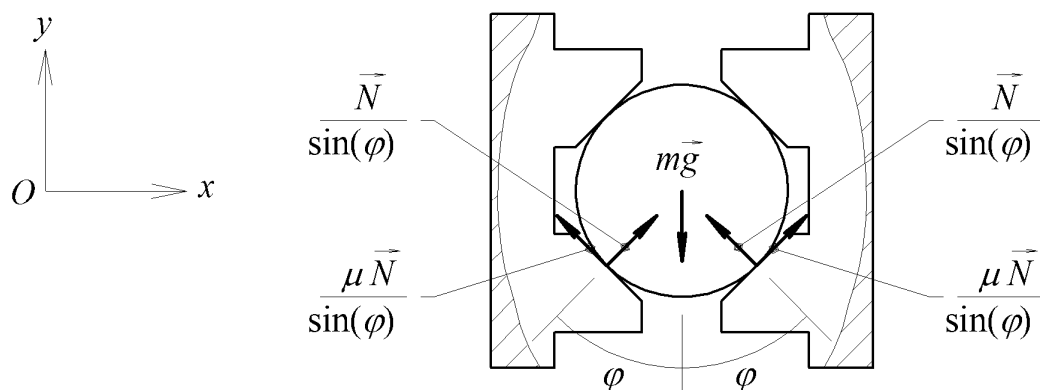


Рисунок 7.9. Схема утримання деталі двома призматичними губками

Припускається, що при максимальному навантаженні призматичних губок деталь буде спиратися тільки на нижні частини цих губок.

Проекції сил, які діють на деталь, на вісь  $x$  дають наступне рівняння:

$$\frac{N \sin(\varphi)}{\sin(\varphi)} - \frac{N \sin(\varphi)}{\sin(\varphi)} = 0.$$

Таким чином, умова рівноваги деталі відносно осі  $x$  виконується повністю.

Проекції сил, які діють на деталь, на вісь  $y$  дають наступне рівняння:

$$\frac{\mu N \sin(\varphi)}{\sin(\varphi)} + \frac{N \cos(\varphi)}{\sin(\varphi)} - mg + \frac{N \cos(\varphi)}{\sin(\varphi)} + \frac{\mu N \sin(\varphi)}{\sin(\varphi)} = 0.$$

Звідси можна отримати, що маса деталі  $m$  буде наступною:

$$m = \frac{2N}{g} \left( \frac{\cos(\varphi) + \mu \sin(\varphi)}{\sin(\varphi)} \right) = \frac{2 \cdot 350}{9,8} \cdot \left( \frac{\cos(44^\circ) + 0,30 \cdot \sin(44^\circ)}{\sin(44^\circ)} \right) = 95,3950 \text{ кг.}$$

#### 7.4. Питання для самоперевірки

1. Що таке захоплюючі пристрої маніпуляторів промислових роботів?
2. Які основне призначення і область використання вакуумних захоплюючих пристроїв?
3. Які основне призначення і область використання магнітних захоплюючих пристроїв?
4. Які основне призначення і область використання схопів маніпуляторів промислових роботів?
5. Які основні вимоги висуваються до схопів?
6. Які переваги і недоліки мають механічні приводи схопів?
7. Які переваги і недоліки мають пневматичні приводи схопів?
8. Які переваги і недоліки мають гідравлічні приводи схопів?
9. Навести кінематичну схему схопу для випадку, коли зусилля затискання передається за допомогою клину.
10. Навести кінематичну схему схопу для випадку, коли зусилля затискання передається за допомогою важеля.
11. Навести кінематичну схему схопу для випадку, коли зусилля затискання передається за допомогою гвинта.
12. Навести кінематичну схему схопу для випадку, коли зусилля затискання передається за допомогою рейки.
13. Навести кінематичну схему схопу для випадку, коли зусилля затискання передається за допомогою куліси.
14. Які основні вимоги висуваються до матеріалів губок схопів?

#### 7.5. Рекомендована література

Базова література: [1–4].

Додаткова література: [1–4].

## 8. ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ.

### АНАЛОГОВЕ КЕРУВАННЯ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИМ ПРИВОДОМ ПО ШВИДКОСТІ

#### 8.1. План проведення практичного заняття

Практичне заняття присвячене дослідженню аналогового керування електромеханічним приводом шарніра маніпулятора промислового робота по швидкості.

#### 8.2. Практичне завдання

Аналоговий контур керування електромеханічним приводом шарніра маніпулятора промислового робота по швидкості складається з регулятора швидкості (РШ), електромеханічного приводу (ЕМП) і датчика швидкості (ДШ) (див. рис. 8.1).

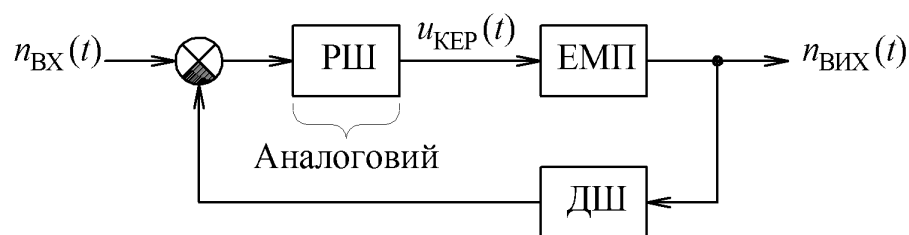


Рисунок 8.1. Аналоговий контур керування електромеханічним приводом шарніра промислового робота по швидкості

Передбачається, що такий контур працює в слідкуючому режимі (тобто його вихід  $n_{\text{ВИХ}}(t)$  повинен змінюватися відповідно до зміни входу  $n_{\text{ВХ}}(t)$ ).

Регулятор швидкості складається з формувача керувального впливу (ПІ-регулятора (аналогового)) і підсилювача керувального впливу (ШІМ-перетворювача потужності). Електромеханічний привід складається з електричного двигуна (постійного струму) і кріплень до редуктора. Датчик швидкості є малоінерційним (інкрементний енкодер).

Знайти коефіцієнт підсилення регулятора швидкості  $K_{\text{РШ}}^{\text{П}}$ , коефіцієнт інтегрування регулятора швидкості  $K_{\text{РШ}}^{\text{І}}$  і ступінь стійкості  $h$ , якщо задані коефіцієнт передачі електромеханічного приводу  $K_{\text{ЕМП}}$ , електромеханічна стала часу електромеханічного приводу  $T_{\text{М}}$ , електромагнітна стала часу електромеханічного приводу  $T_{\text{Е}}$ , нормований ступінь стійкості  $h_0$  (не гірше) і ступінь коливальності  $\mu$  (не гірше) (див. табл. 8.1).

Таблиця 8.1. Варіанти завдань

№ з/п	$K_{EMП}$ , рад/(В·с)	$T_M$ , с	$T_E$ , с	$h_0$	$\mu$	№ з/п	$K_{EMП}$ , рад/(В·с)	$T_M$ , с	$T_E$ , с	$h_0$	$\mu$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	6	0,055	0,005	0,3	1	16	8	0,035	0,005	0,5	2
2	4	0,030	0,006	0,5	0,5	17	12	0,070	0,008	0,3	0,5
3	24	0,035	0,008	0,4	2	18	18	0,050	0,004	0,4	1
4	8	0,045	0,004	0,5	1	19	15	0,040	0,010	0,5	2
5	15	0,075	0,010	0,3	2	20	6	0,055	0,006	0,3	0,5
6	10	0,050	0,006	0,4	0,5	21	4	0,035	0,010	0,4	1
7	18	0,040	0,005	0,4	0,5	22	15	0,055	0,006	0,4	1
8	5	0,070	0,004	0,3	2	23	8	0,075	0,005	0,3	2
9	12	0,060	0,010	0,5	1	24	5	0,070	0,008	0,5	0,5
10	20	0,065	0,008	0,4	0,5	25	6	0,045	0,004	0,4	0,5
11	4	0,075	0,006	0,3	2	26	12	0,050	0,006	0,3	2
12	10	0,060	0,008	0,5	1	27	10	0,065	0,004	0,5	1
13	20	0,030	0,004	0,5	1	28	24	0,030	0,008	0,4	2
14	24	0,065	0,010	0,3	0,5	29	20	0,060	0,005	0,3	0,5
15	5	0,045	0,005	0,4	2	30	18	0,040	0,010	0,5	1

Створити модель аналогового контуру керування електромеханічним приводом шарніра маніпулятора промислового робота по швидкості (в пакеті Simulink) і виконати її симуляцію.

### 8.3. Приклад виконання практичного завдання

Нехай, наприклад, задані коефіцієнт передачі електромеханічного приводу  $K_{EMП} = 20$  рад/(В·с), електромеханічна стала часу електромеханічного приводу  $T_M = 0,035$  с, електромагнітна стала часу електромеханічного приводу  $T_E = 0,008$  с, нормований ступінь стійкості  $h_0 = 0,5$  і ступінь коливальності  $\mu = 1$ .

Передатна функція регулятора швидкості  $W_{PШ}(s)$ , якщо в якості формувача керувального впливу використовується ПІ-регулятор (аналоговий) і малоінерційний ШІМ-перетворювач потужності, має наступний вигляд:

$$W_{PШ}(s) = K_{PШ}^{\Pi} + \frac{K_{PШ}^I}{s},$$

де  $s$  – оператор Лапласа.

Передатна функція електромеханічного приводу  $W_{ЕМП}(s)$ , якщо в якості електричного двигуна використовується двигун постійного струму, має наступний вигляд:

$$W_{ЕМП}(s) = \frac{K_{ЕМП}}{(T_M s + 1)(T_E s + 1)}.$$

Передатна функція датчика швидкості  $W_{ДШ}(s)$  має наступний вигляд:

$$W_{ДШ}(s) = 1.$$

Отже, аналоговий контур керування електромеханічним приводом шарніра промислового робота по швидкості (з урахуванням передатних функцій складових такого контуру) буде мати вигляд, наведений на рис. 8.2.

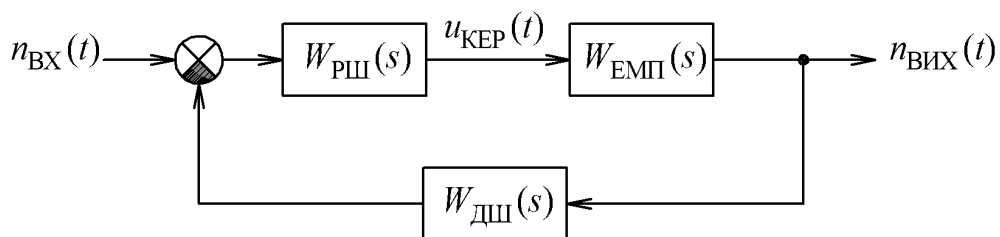


Рисунок 8.2. Аналоговий контур керування електромеханічним приводом шарніра промислового робота по швидкості (з урахуванням передатних функцій складових такого контуру)

Таким чином, передатна функція контуру керування електромеханічним приводом шарніра промислового робота по швидкості  $W(s)$  буде мати наступний вигляд:

$$\begin{aligned} W(s) &= \frac{W_{PШ}(s)W_{ЕМП}(s)}{1 + W_{PШ}(s)W_{ЕМП}(s)W_{ДШ}(s)} = \frac{\frac{K_{PШ}^{\Pi}s + K_{PШ}^I}{s} \frac{K_{ЕМП}}{(T_M s + 1)(T_E s + 1)}}{1 + \frac{K_{PШ}^{\Pi}s + K_{PШ}^I}{s} \frac{K_{ЕМП}}{(T_M s + 1)(T_E s + 1)}} = \\ &= \frac{\frac{K_{PШ}^{\Pi}}{K_{PШ}^I} s + 1}{\frac{T_M T_E}{K_{PШ}^I K_{ЕМП}} s^3 + \frac{T_M + T_E}{K_{PШ}^I K_{ЕМП}} s^2 + \frac{K_{PШ}^{\Pi} K_{ЕМП} + 1}{K_{PШ}^I K_{ЕМП}} s + 1}. \end{aligned}$$

Характеристичне рівняння контуру керування електромеханічним приводом шарніра промислового робота по швидкості визначає ступінь стійкості  $h$  і ступінь коливальності  $\mu$  такого контуру і, відповідно, вид

перехідного процесу (аперіодичний, монотонний, коливальний) в такому контурі та має наступний вигляд:

$$a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0,$$

де  $a_3$  – коефіцієнт,  $a_3 = T_M T_E / (K_{РШ}^I K_{ЕМП})$ ;  $a_2$  – коефіцієнт,  $a_2 = (T_M + T_E) / (K_{РШ}^I K_{ЕМП})$ ;  $a_1$  – коефіцієнт,  $a_1 = (K_{РШ}^I K_{ЕМП} + 1) / (K_{РШ}^I K_{ЕМП})$ ;  $a_0$  – коефіцієнт,  $a_0 = 1$ .

Впливати на ступінь стійкості  $h$  і ступінь коливальності  $\mu$  можна, змінюючи значення коефіцієнта підсилення  $K_{РШ}^I$  і коефіцієнт інтегрування  $K_{РШ}^I$ .

Так як таке рівняння є рівнянням третього порядку, то для приблизного (але з практичної точки зору достатнього) визначення значень коефіцієнта підсилення  $K_{РШ}^I$  і коефіцієнта інтегрування  $K_{РШ}^I$  доцільно користуватися діаграмами Вишнеградського для нормованого ступеня стійкості  $h_0$  (див. рис. 8.3) і ступеня коливальності  $\mu$  (див. рис. 8.4).

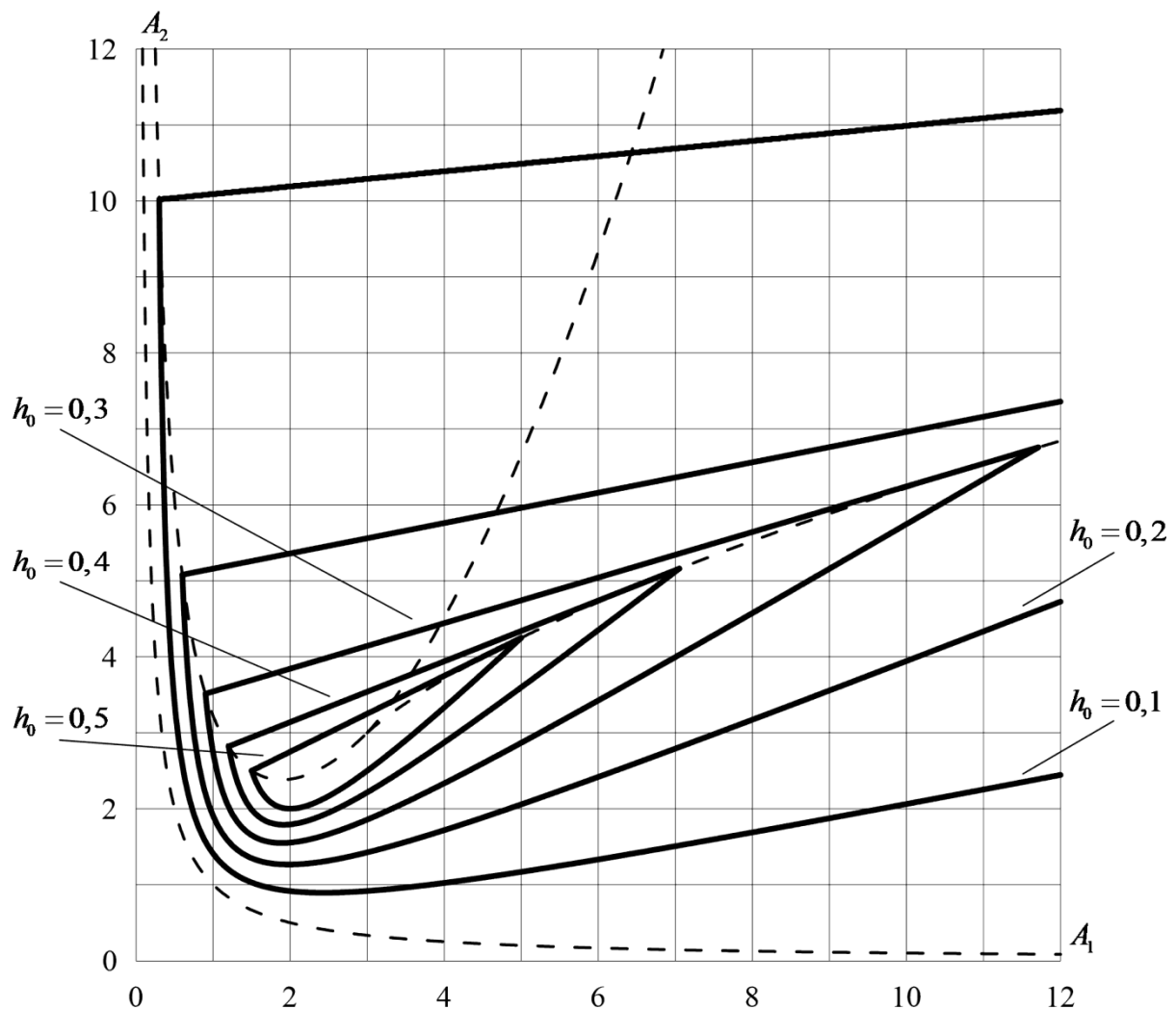


Рисунок 8.3. Діаграма Вишнеградського для нормованого ступеня стійкості  $h_0$



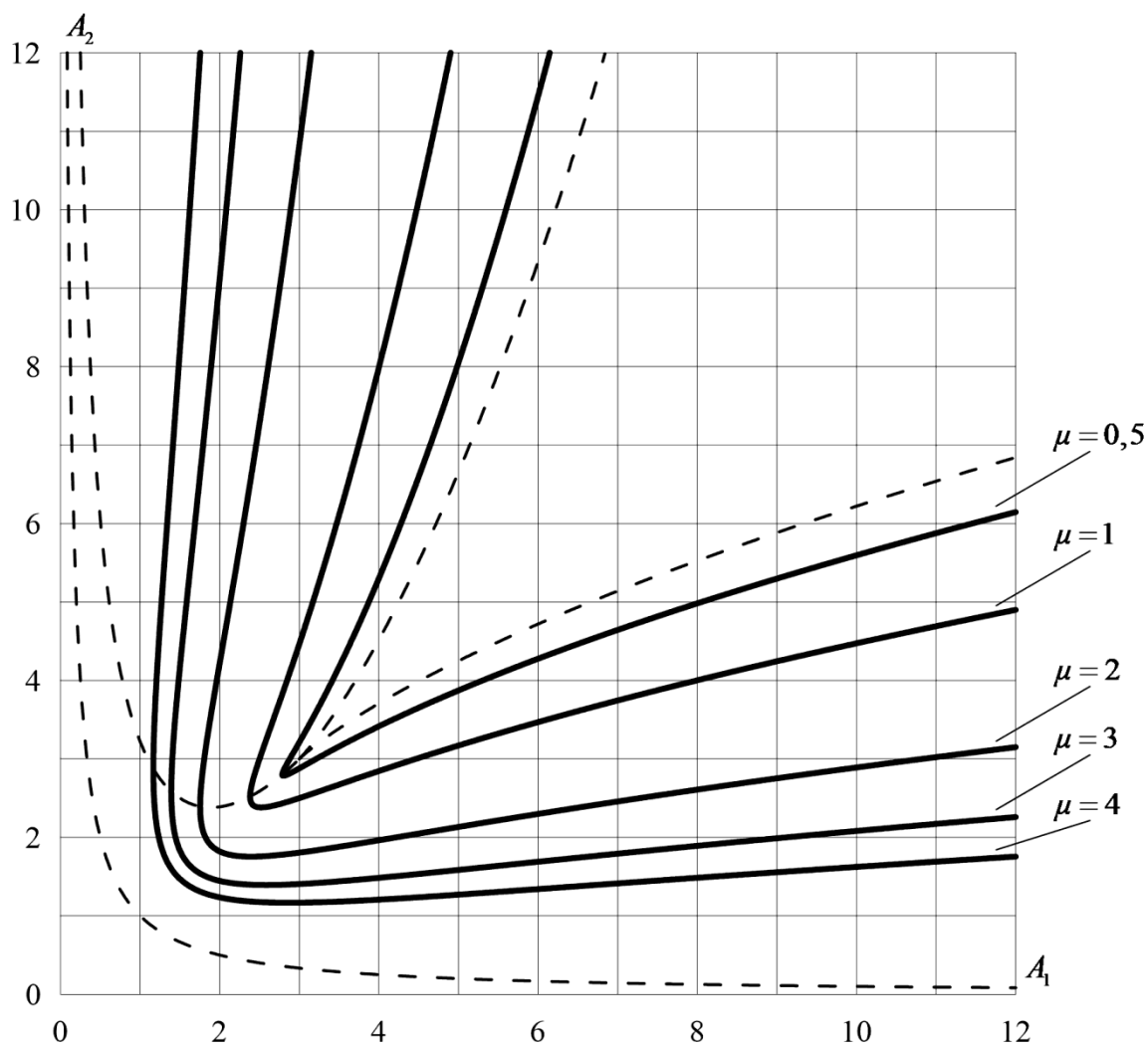


Рисунок 8.4. Діаграма Вишнеградського для ступеня коливальності  $\mu$

Характеристичне рівняння контуру керування електромеханічним приводом шарніра промислового робота по швидкості можна привести до наступного вигляду:

$$D^3 + A_1 D^2 + A_2 D + 1 = 0,$$

де  $D$  – допоміжна змінна,  $D = \sqrt[3]{a_3/a_0} s$ ;  $A_1$  – коефіцієнт,  $A_1 = a_2/\sqrt[3]{a_3^2 a_0}$ ;  $A_2$  – коефіцієнт,  $A_2 = a_1/\sqrt[3]{a_3 a_0^2}$ .

Оберемо на діаграмах Вишнеградського, наприклад, значення  $A_1 = 2,5$  і  $A_2 = 2,5$ .

З одного боку, такі значення  $A_1$  і  $A_2$  знаходяться в області, яка з усіх боків обмежується межею  $h_0 = 0,5$  (див. рис. 8.3). Таким чином, в цій області будь-які перехідні процеси в контурі керування будуть мати значення  $h_0$ , не більше ніж 0,5.

З іншого боку, такі значення  $A_1$  і  $A_2$  знаходяться в області, яка з усіх боків обмежується межею  $\mu = 1$  (див. рис. 8.4). Таким чином, в цій області будь-які

перехідні процеси в контурі керування будуть мати значення  $\mu$ , не більше ніж 1.

Отже, для коефіцієнта  $A_1$  отримаємо наступне:

$$A_1 = \frac{\frac{T_M + T_E}{K_{РШ}^I K_{ЕМП}}}{\sqrt[3]{\left(\frac{T_M T_E}{K_{РШ}^I K_{ЕМП}}\right)^2 \cdot 1}} = \frac{T_M + T_E}{\sqrt[3]{K_{РШ}^I K_{ЕМП} T_M^2 T_E^2}}$$

Звідки

$$K_{РШ}^I = \frac{(T_M + T_E)^3}{A_1^3 K_{ЕМП} T_M^2 T_E^2} = \frac{(0,035 + 0,008)^3}{2,5^3 \cdot 20 \cdot 0,035^2 \cdot 0,008^2} = 3,2452.$$

А для коефіцієнта  $A_2$  отримаємо таке:

$$A_2 = \frac{\frac{K_{РШ}^{\Pi} K_{ЕМП} + 1}{K_{РШ}^I K_{ЕМП}}}{\sqrt[3]{\frac{T_M T_E}{K_{РШ}^I K_{ЕМП}} \cdot 1^2}} = \frac{K_{РШ}^{\Pi} K_{ЕМП} + 1}{\sqrt[3]{K_{РШ}^I{}^2 K_{ЕМП}{}^2 T_M T_E}}$$

Звідки

$$K_{РШ}^{\Pi} = \frac{A_2^3 \sqrt[3]{K_{РШ}^I{}^2 K_{ЕМП}{}^2 T_M T_E} - 1}{K_{ЕМП}} = \frac{2,5 \cdot \sqrt[3]{3,2452^2 \cdot 20^2 \cdot 0,035 \cdot 0,008} - 1}{20} = 0,0821.$$

Таким чином, коефіцієнт

$$a_3 = \frac{T_M T_E}{K_{РШ}^I K_{ЕМП}} = \frac{0,035 \cdot 0,008}{3,2452 \cdot 20} = 4,3141 \cdot 10^{-6},$$

коефіцієнт

$$a_2 = \frac{T_M + T_E}{K_{РШ}^I K_{ЕМП}} = \frac{0,035 + 0,008}{3,2452 \cdot 20} = 6,6252 \cdot 10^{-4},$$

коефіцієнт

$$a_1 = \frac{K_{РШ}^{\Pi} K_{ЕМП} + 1}{K_{РШ}^I K_{ЕМП}} = \frac{0,0821 \cdot 20 + 1}{3,2452 \cdot 20} = 4,0698 \cdot 10^{-2},$$

а коефіцієнт  $a_0 = 1$ .

Ступінь стійкості  $h$  має наступний вигляд:

$$h = \sqrt[3]{\frac{a_0}{a_3}} h_0 = \sqrt[3]{\frac{1}{4,3141 \cdot 10^{-6}}} \cdot 0,5 = 30,7143.$$

Чисельник передатної функції  $W(s)$  можна представити у вигляді

полінома

$$b_1 s + b_0,$$

де коефіцієнт

$$b_1 = \frac{K_{РШ}^{\text{II}}}{K_{РШ}^{\text{I}}} = \frac{0,0821}{3,2452} = 2,5290 \cdot 10^{-2},$$

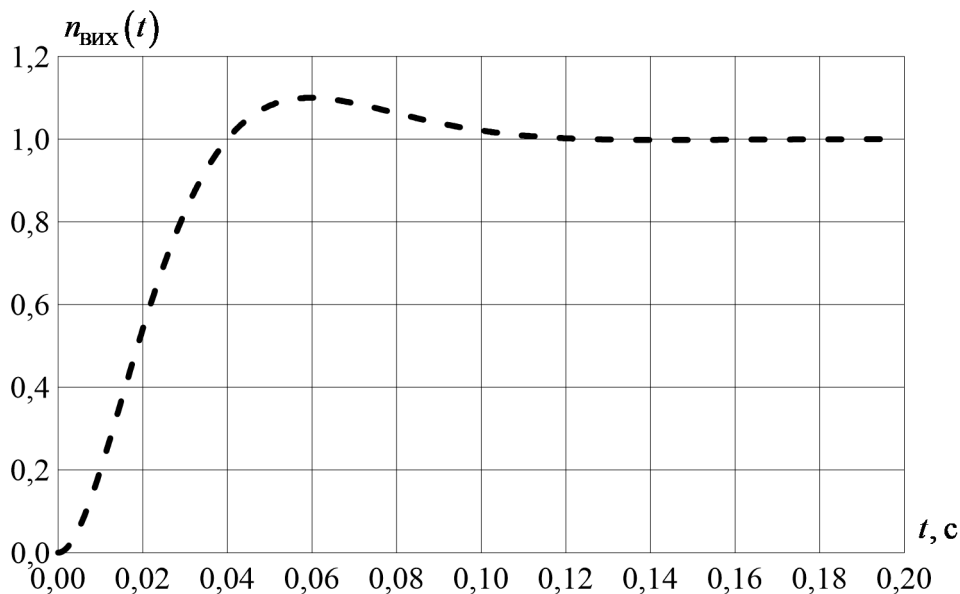
а коефіцієнт  $b_0 = 1$ .

Отже, передатна функція  $W(s)$  буде мати наступний вигляд:

$$W(s) = \frac{2,5290 \cdot 10^{-2} s + 1}{4,3141 \cdot 10^{-6} s^3 + 6,6252 \cdot 10^{-4} s^2 + 4,0698 \cdot 10^{-2} s + 1}.$$

Зокрема, для такої передатної функції перехідний процес  $n_{\text{вих}}(t)$  (в нормованому вигляді) в аналоговому контурі керування електромеханічним приводом шарніра промислового робота по швидкості (отриманий в результаті розрахунку) буде мати наступний вигляд (див. рис. 8.5):

$$n_{\text{вих}}(t) = 1 + 1,1071e^{-61,4286t} - 2,1071e^{-46,0714t} \cos(40,6312t) - 0,7155e^{-46,0714t} \sin(40,6312t).$$



**Рисунок 8.5. Перехідний процес  $n_{\text{вих}}(t)$  (в нормованому вигляді) в аналоговому контурі керування електромеханічним приводом шарніра промислового робота по швидкості (отриманий в результаті розрахунку)**

Максимальне значення перехідного процесу становитиме 1,10 і буде досягнуто в момент часу 0,060 с.

Час регулювання (за умови входження в зону  $\pm 5\%$  від усталеного значення) становитиме 0,085 с, час регулювання (за умови входження в зону

$\pm 2,5\%$  від усталеного значення) становитиме  $0,097$  с.

Модель аналогового контуру керування електромеханічним приводом шарніра промислового робота по швидкості (в пакеті Simulink) наведена на рис. 8.6.

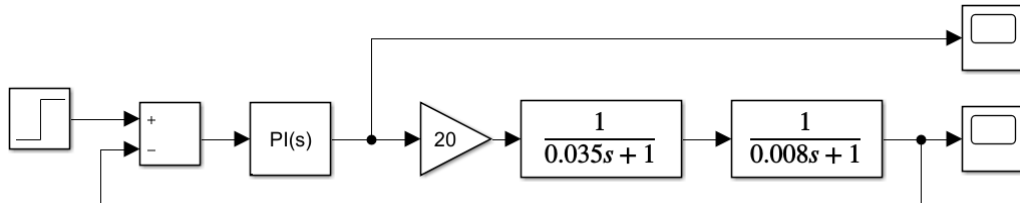


Рисунок 8.6. Модель аналогового контуру керування електромеханічним приводом шарніра промислового робота по швидкості

Перехідний процес  $n_{\text{вих}}(t)$  (в нормованому вигляді) в аналоговому контурі керування електромеханічним приводом шарніра промислового робота по швидкості (в пакеті Simulink) наведено на рис. 8.7.

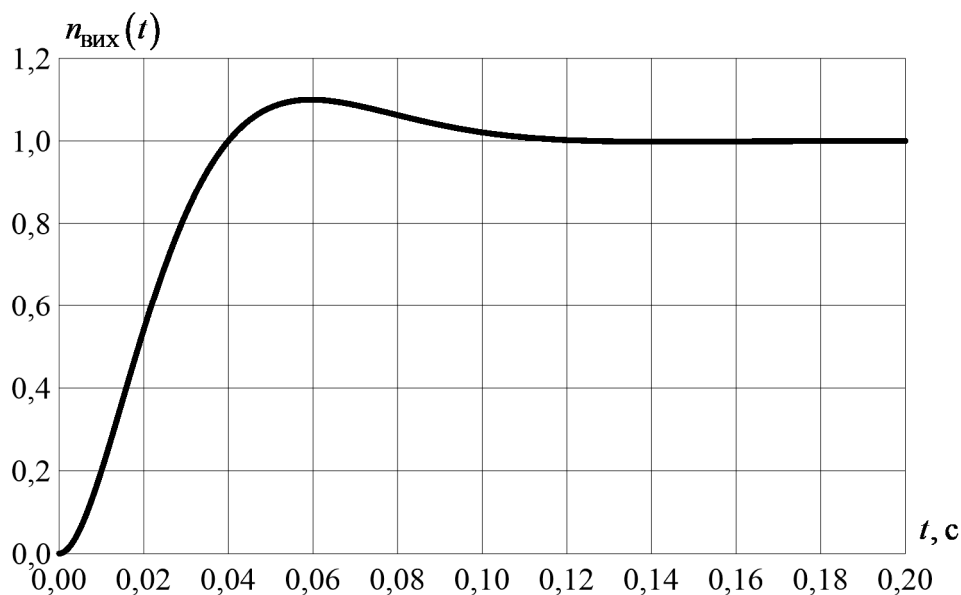


Рисунок 8.7. Перехідний процес  $n_{\text{вих}}(t)$  (в нормованому вигляді) в аналоговому контурі керування електромеханічним приводом шарніра промислового робота по швидкості (в пакеті Simulink)

Порівнюючи перехідний процес, отриманий в результаті розрахунку (див. рис. 8.5), з перехідним процесом, отриманим в пакеті Simulink (див. рис. 8.7), можна побачити, що вони співпадають.

Керувальний вплив  $u_{\text{кер}}(t)$  (в нормованому вигляді) в аналоговому контурі керування електромеханічним приводом шарніра промислового робота по швидкості (в пакеті Simulink) наведено на рис. 8.8.

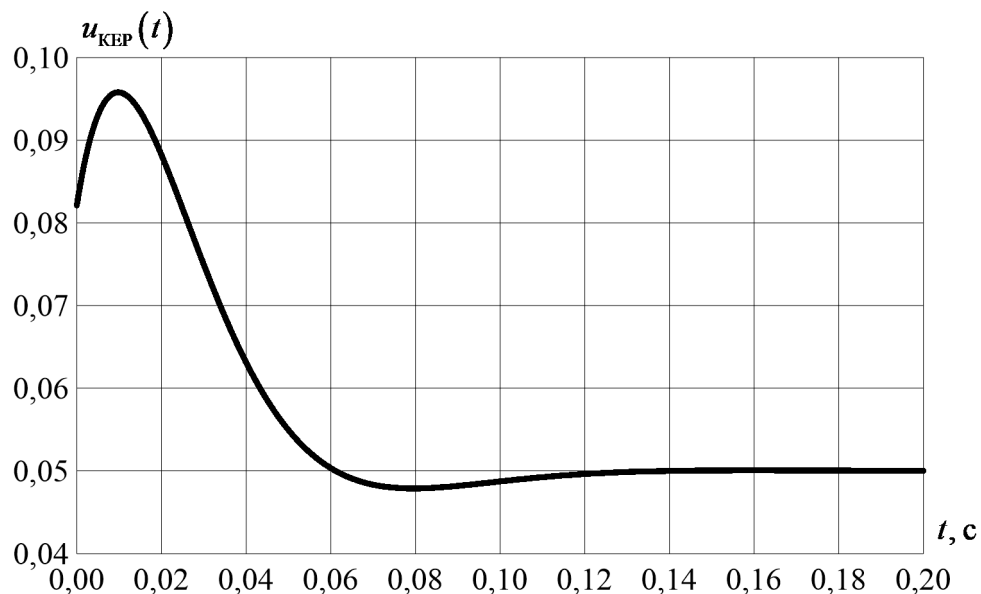


Рисунок 8.8. Керувальний вплив  $u_{\text{КЕР}}(t)$  (в нормованому вигляді) в аналоговому контурі керування електромеханічним приводом шарніра промислового робота по швидкості (в пакеті Simulink)

#### 8.4. Питання для самоперевірки

1. Що таке контур керування?
2. В чому полягає відмінність аналогового контуру керування від інших контурів керування (наприклад, цифрових)?
3. Що таке передатна функція?
4. Що таке коефіцієнт передачі і коефіцієнт підсилення?
5. Що таке стала часу?
6. Що таке аналоговий ПІД-регулятор?
7. Що таке характеристичне рівняння?
8. Що таке ступінь стійкості і нормований ступінь стійкості?
9. Що таке аперіодичний, монотонний і коливальний перехідні процеси?
10. Що таке діаграми Вишнеградського?
11. Як за допомогою діаграм Вишнеградського визначити нормований ступінь стійкості і ступінь коливальності перехідного процесу?
12. Як отримати ступінь стійкості перехідного процесу, маючи нормований ступінь стійкості такого процесу?

#### 8.5. Рекомендована література

Базова література: [1–4].

Додаткова література: [1–4].

## 9. ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ.

### ЦИФРОВЕ КЕРУВАННЯ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИМ ПРИВОДОМ ПО ШВИДКОСТІ

#### 9.1. План проведення практичного заняття

Практичне заняття присвячене дослідженню цифрового керування електромеханічним приводом шарніра маніпулятора промислового робота по швидкості.

#### 9.2. Практичне завдання

Цифровий контур керування електромеханічним приводом шарніра маніпулятора промислового робота по швидкості складається з регулятора швидкості (РШ), електромеханічного приводу (ЕМП) і датчика швидкості (ДШ) (див. рис. 9.1).

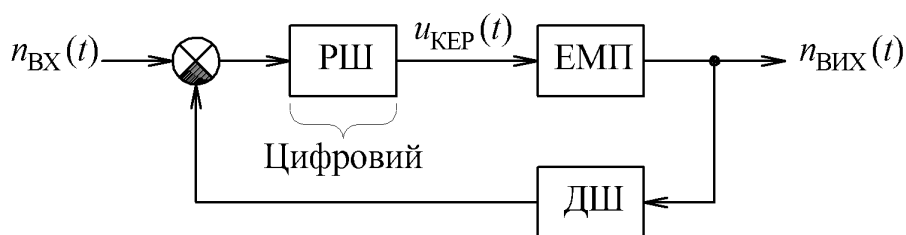


Рисунок 9.1. Цифровий контур керування електромеханічним приводом шарніра промислового робота по швидкості

Передбачається, що такий контур працює в слідкуючому режимі (тобто його вихід  $n_{\text{ВИХ}}(t)$  повинен змінюватися відповідно до зміни входу  $n_{\text{ВХ}}(t)$ ). Особливістю такого контуру є те, що в ньому вимірювання і формування керувальних впливів здійснюються тільки через задані інтервали часу.

Регулятор швидкості складається з формувача керувального впливу (ПІ-регулятора (цифрового) і екстраполятора нульового порядку) і підсилювача керувального впливу (ШИМ-перетворювача потужності). Електромеханічний привід складається з електричного двигуна (постійного струму) і кріплень до редуктора. Датчик швидкості є малоінерційним (інкрементний енкодер).

Знайти коефіцієнт підсилення регулятора швидкості  $K_{\text{РШ}}^{\text{П}}$  і коефіцієнт інтегрування регулятора швидкості  $K_{\text{РШ}}^{\text{І}}$ , якщо задані коефіцієнт передачі електромеханічного приводу  $K_{\text{ЕМП}}$ , електромеханічна стала часу електромеханічного приводу  $T_{\text{М}}$ , електромагнітна стала часу

електромеханічного приводу  $T_E$ , інтервал дискретизації  $\tau$  і перерегулювання  $\sigma$  (не гірше) (див. табл. 9.1).

Таблиця 9.1. Варіанти завдань

№ з/п	$K_{EMП}$ , рад/(В·с)	$T_M$ , с	$T_E$ , с	$\tau$ , с	$\sigma$ , %	№ з/п	$K_{EMП}$ , рад/(В·с)	$T_M$ , с	$T_E$ , с	$\tau$ , с	$\sigma$ , %
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	13,5	0,060	0,008	0,015	22	16	9,0	0,120	0,008	0,020	17
2	8,0	0,070	0,016	0,010	15	17	12,0	0,070	0,018	0,015	18
3	14,5	0,080	0,014	0,015	12	18	11,0	0,080	0,020	0,010	13
4	10,5	0,050	0,006	0,010	18	19	13,0	0,060	0,006	0,020	20
5	14,0	0,100	0,012	0,020	19	20	11,5	0,090	0,010	0,015	22
6	11,5	0,120	0,010	0,020	21	21	11,0	0,120	0,012	0,020	16
7	8,5	0,140	0,020	0,010	13	22	8,5	0,140	0,014	0,010	12
8	6,5	0,090	0,018	0,015	24	23	13,5	0,100	0,008	0,015	19
9	12,5	0,050	0,016	0,010	17	24	10,5	0,050	0,016	0,015	15
10	9,5	0,070	0,018	0,020	20	25	6,0	0,050	0,012	0,010	11
11	7,0	0,080	0,020	0,015	23	26	15,0	0,140	0,008	0,020	24
12	6,0	0,140	0,014	0,020	16	27	9,5	0,100	0,014	0,020	14
13	15,0	0,090	0,012	0,010	11	28	8,0	0,070	0,020	0,010	25
14	7,5	0,100	0,010	0,015	14	29	7,5	0,080	0,018	0,015	23
15	10,0	0,060	0,006	0,010	25	30	6,5	0,120	0,006	0,015	21

Створити модель цифрового контуру керування електромеханічним приводом шарніра промислового робота по швидкості (в пакеті Simulink) і виконати її симуляцію.

### 9.3. Приклад виконання практичного завдання

Нехай, наприклад, задані коефіцієнт передачі електромеханічного приводу  $K_{EMП} = 12,0$  рад/(В·с), електромеханічна стала часу електромеханічного приводу  $T_M = 0,060$  с, електромагнітна стала часу електромеханічного приводу  $T_E = 0,016$  с, інтервал дискретизації  $\tau = 0,020$  с і перерегулювання  $\sigma = 18$  %.

Передатна функція регулятора швидкості  $\Phi_{PШ}(z)$ , якщо в якості формувача керувального впливу використовується ПІ-регулятор (цифровий) і

малоінерційний ШІМ-перетворювач потужності, має наступний вигляд:

$$\Phi_{\text{PШ}}(z) = K_{\text{PШ}}^{\text{П}} + \frac{K_{\text{PШ}}^{\text{І}}\tau(z+1)}{2(z-1)},$$

де  $z$  – комплексне число.

Передатна функція екстраполятора нульового порядку  $W_{\text{ЕНП}}(s)$  має наступний вигляд:

$$W_{\text{ЕНП}}(s) = \frac{1 - e^{-\tau s}}{s} = \frac{1 - e^{-0,02s}}{s}.$$

Передатна функція електромеханічного приводу  $W_{\text{ЕМП}}(s)$ , якщо в якості електричного двигуна використовується двигун постійного струму, має наступний вигляд:

$$W_{\text{ЕМП}}(s) = \frac{K_{\text{ЕМП}}}{(T_{\text{М}}s + 1)(T_{\text{Е}}s + 1)} = \frac{12,0}{(0,060s + 1)(0,016s + 1)}.$$

Передатна функція датчика швидкості  $W_{\text{ДШ}}(s)$  має наступний вигляд:

$$W_{\text{ДШ}}(s) = 1.$$

Передатна функція аналогової частини контуру керування (до складу якого входять екстраполятор нульового порядку і електромеханічний привід)  $W_{\text{ЕНП}}(s)W_{\text{ЕМП}}(s)$  буде мати наступний вигляд:

$$W_{\text{ЕНП}}(s)W_{\text{ЕМП}}(s) = \frac{12,0(1 - e^{-0,02s})}{s(0,060s + 1)(0,016s + 1)}.$$

Знаменник передатної функції  $W_{\text{ЕНП}}(s)W_{\text{ЕМП}}(s)$  можна розкласти на окремі складові і представити таку передану функцію наступним чином:

$$W_{\text{ЕНП}}(s)W_{\text{ЕМП}}(s) = \frac{16,3636(1 - e^{-0,02s})}{s(0,060s + 1)} - \frac{4,3636(1 - e^{-0,02s})}{s(0,016s + 1)}.$$

Виконавши над передатною функцією  $W_{\text{ЕНП}}(s)W_{\text{ЕМП}}(s)$  пряме  $z$ -перетворення, можна отримати наступну передатну функцію  $\Phi_{\text{ЕНП+ЕМП}}(z)$ :

$$\begin{aligned} \Phi_{\text{ЕНП+ЕМП}}(z) &= \frac{z-1}{z} Z\{W_{\text{ЕНП}}(s)W_{\text{ЕМП}}(s)\} = \\ &= \frac{z-1}{z} Z\left\{\frac{16,3636(1 - e^{-0,02s})}{s(0,060s + 1)} - \frac{4,3636(1 - e^{-0,02s})}{s(0,016s + 1)}\right\} = \\ &= \frac{4,6386}{z - 0,7165} - \frac{3,1134}{z - 0,2865} = \frac{1,5251z + 0,9019}{(z - 0,7165)(z - 0,2865)}. \end{aligned}$$

Така передатна функція має два полюси:  $z_1 = 0,7165$  і  $z_2 = 0,2865$ .

Отже, цифровий контур керування електромеханічним приводом шарніра промислового робота (з урахуванням передатних функцій складових такого контуру) буде мати вигляд, наведений на рис. 9.2.



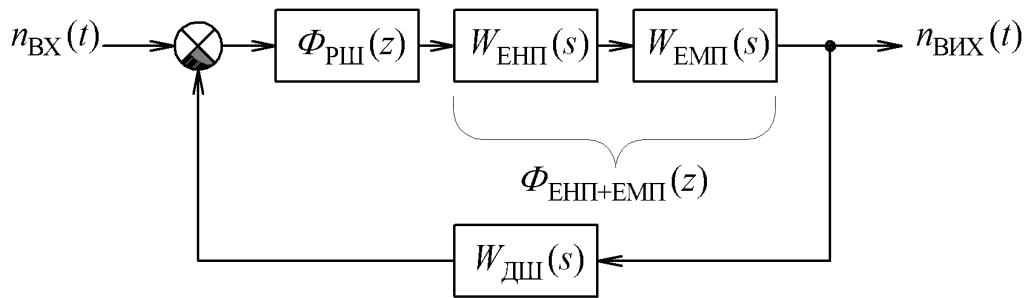


Рисунок 9.2. Цифровий контур керування електромеханічним приводом шарніра промислового робота по швидкості з урахуванням передатних функцій складових такого контуру

Передатна функція контуру керування електромеханічним приводом шарніра промислового робота по швидкості (в розімкненому стані)  $\Phi_{РШ}(z)\Phi_{ЕНП+ЕМП}(z)$  буде мати наступний вигляд:

$$\begin{aligned} \Phi_{РШ}(z)\Phi_{ЕНП+ЕМП}(z) &= \left( K_{РШ}^{\Pi} + \frac{K_{РШ}^I \tau (z+1)}{2(z-1)} \right) \frac{1,5251z + 0,9019}{(z - 0,7165)(z - 0,2865)} = \\ &= \frac{(2K_{РШ}^{\Pi} + K_{РШ}^I \tau) \left( z - \frac{2K_{РШ}^{\Pi} - K_{РШ}^I \tau}{2K_{РШ}^{\Pi} + K_{РШ}^I \tau} \right)}{2(z-1)} \frac{1,5251z + 0,9019}{(z - 0,7165)(z - 0,2865)}. \end{aligned}$$

Синтезуємо ПІ-регулятор (цифровий) таким чином, щоб його нуль компенсував один з полюсів передатної функції  $\Phi_{ЕНП+ЕМП}(z)$  (нехай це буде більший з них, тобто  $z_1$ ). Таким чином, повинна виконуватися наступна умова:

$$\frac{2K_{РШ}^{\Pi} - K_{РШ}^I \tau}{2K_{РШ}^{\Pi} + K_{РШ}^I \tau} = z_1.$$

Звідси

$$K_{РШ}^{\Pi} = \frac{\tau(z_1 + 1)}{2 - 2z_1} K_{РШ}^I = \frac{\tau \cdot (0,7165 + 1)}{2 - 2 \cdot 0,7165} K_{РШ}^I = 0,0606 K_{РШ}^I.$$

Модель цифрового контуру керування електромеханічним приводом шарніра промислового робота по швидкості (в пакеті Simulink) наведена на рис. 9.3.

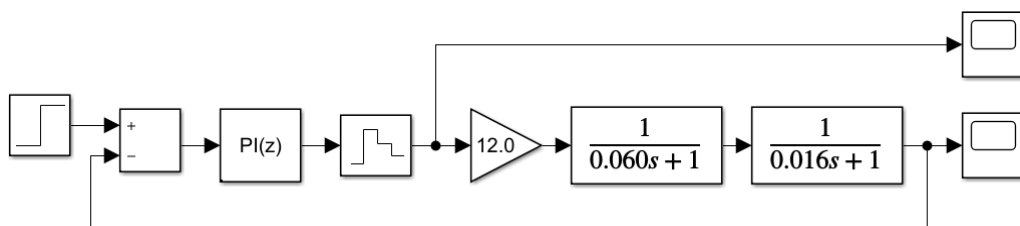


Рисунок 9.3. Модель цифрового контуру керування електромеханічним приводом шарніра промислового робота по швидкості

Змінюючи коефіцієнт інтегрування регулятора швидкості  $K_{РШ}^I$  в діапазоні від 1,0 до 3,0 (відповідно, коефіцієнт підсилення регулятора швидкості  $K_{РШ}^П$  змінювався в діапазоні від 0,0606 до 0,1817), шляхом симуляції моделі (в пакеті Simulink) можна отримати залежність  $\sigma = f(K_{РШ}^I)$  (див. рис. 9.4).

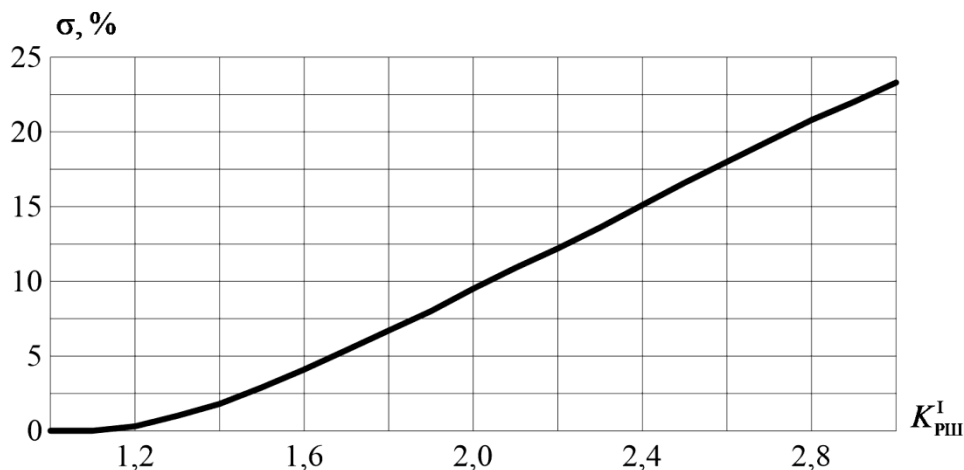


Рисунок 9.4. Залежність  $\sigma = f(K_{РШ}^I)$

Як видно з рис. 9.4, перерегулювання  $\sigma = 18 \%$  приблизно відповідає  $K_{РШ}^I = 2,6$  і, відповідно,  $K_{РШ}^П = 0,1574$ .

Перехідний процес  $n_{\text{вих}}(t)$  (в нормованому вигляді) в цифровому контурі керування електромеханічним приводом шарніра промислового робота по швидкості (в пакеті Simulink) наведено на рис. 9.5.

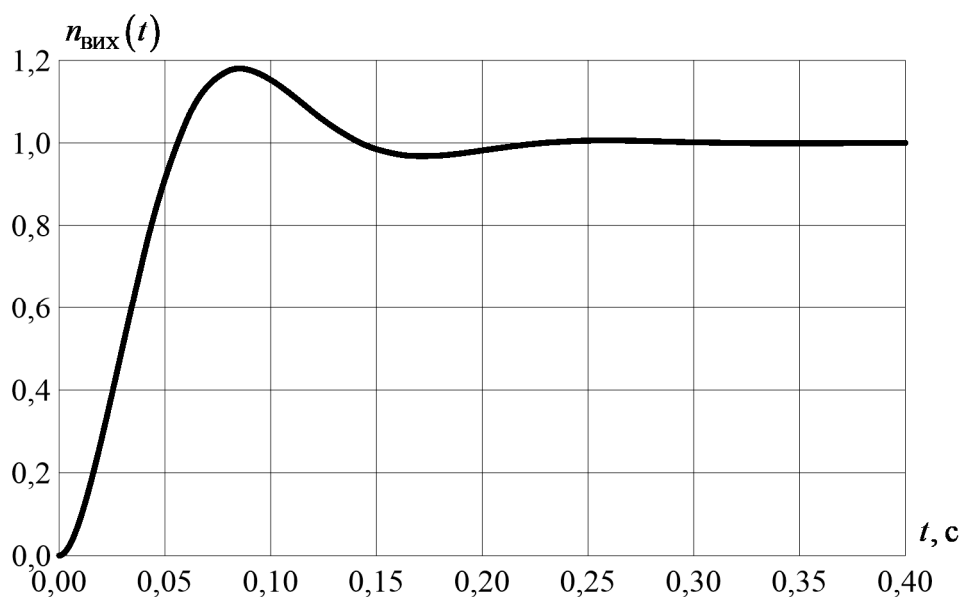


Рисунок 9.5. Перехідний процес  $n_{\text{вих}}(t)$  (в нормованому вигляді) в цифровому контурі керування електромеханічним приводом шарніра промислового робота по швидкості (в пакеті Simulink)

Максимальне значення перехідного процесу становитиме 1,18 і буде досягнуто в момент часу 0,085 с.

Час регулювання (за умови входження в зону  $\pm 5\%$  від усталеного значення) становитиме 0,126 с, час регулювання (за умови входження в зону  $\pm 2,5\%$  від усталеного значення) становитиме 0,191 с.

Керувальний вплив  $u_{\text{КЕР}}(t)$  (в нормованому вигляді) в цифровому контурі керування електромеханічним приводом шарніра промислового робота по швидкості (в пакеті Simulink) наведено на рис. 9.6.

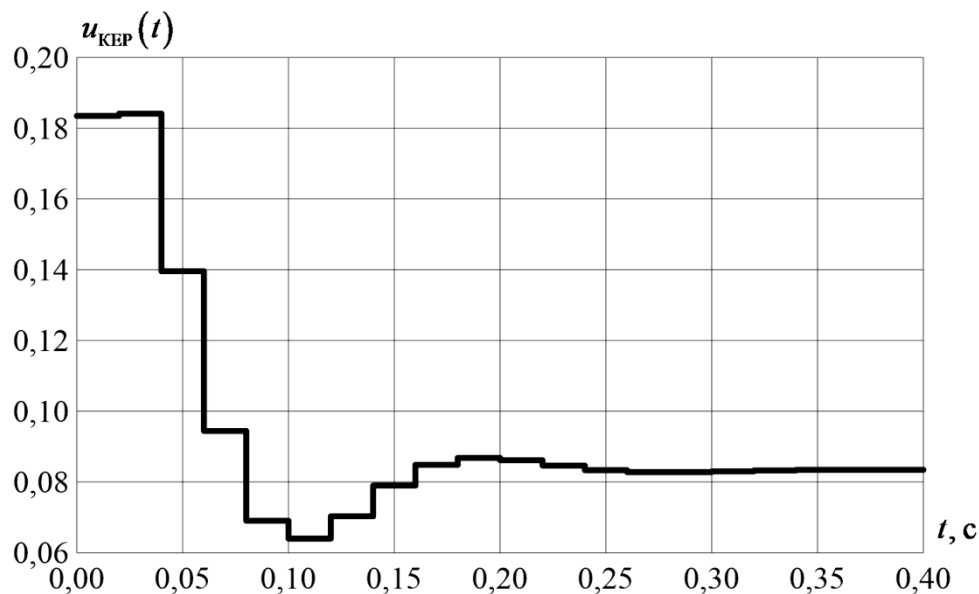


Рисунок 9.6. Керувальний вплив  $u_{\text{КЕР}}(t)$  (в нормованому вигляді) в цифровому контурі керування електромеханічним приводом шарніра промислового робота по швидкості (в пакеті Simulink)

Виконавши над передатною функцією  $W_{\text{ДШ}}(s)$  пряме  $z$ -перетворення, можна отримати наступну передатну функцію  $\Phi_{\text{ДШ}}(z)$ :

$$\Phi_{\text{ДШ}}(z) = \frac{z-1}{z} Z\{W_{\text{ДШ}}(s)\} = \frac{z-1}{z} Z\{1\} = 1.$$

Таким чином, передатна функція контуру керування електромеханічним приводом шарніра промислового робота по швидкості  $\Phi(z)$  (з урахуванням того, що коефіцієнт підсилення регулятора швидкості  $K_{\text{РШ}}^{\text{П}} = 0,1574$ , коефіцієнт інтегрування регулятора швидкості  $K_{\text{РШ}}^{\text{І}} = 2,6$  і інтервал дискретизації  $\tau = 0,020$  с) буде мати наступний вигляд:

$$\Phi(z) = \frac{\Phi_{\text{РШ}}(z)\Phi_{\text{ЕНП+ЕМП}}(z)}{1 + \Phi_{\text{РШ}}(z)\Phi_{\text{ЕНП+ЕМП}}(z)\Phi_{\text{ДШ}}(z)} =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\left( K_{\text{PШ}}^{\text{II}} + \frac{K_{\text{PШ}}^{\text{I}} \tau(z+1)}{2(z-1)} \right) \frac{1,5251z + 0,9019}{(z-0,7165)(z-0,2865)}}{1 + \left( K_{\text{PШ}}^{\text{II}} + \frac{K_{\text{PШ}}^{\text{I}} \tau(z+1)}{2(z-1)} \right) \frac{1,5251z + 0,9019}{(z-0,7165)(z-0,2865)}} = \\
&= \frac{\left( 0,1574 + \frac{2,6 \cdot 0,020 \cdot (z+1)}{2(z-1)} \right) \frac{1,5251z + 0,9019}{(z-0,7165)(z-0,2865)}}{1 + \left( 0,1574 + \frac{2,6 \cdot 0,020 \cdot (z+1)}{2(z-1)} \right) \frac{1,5251z + 0,9019}{(z-0,7165)(z-0,2865)}} = \\
&= \frac{0,1749z^2 - 0,0219z - 0,0741}{0,6250z^3 - 1,0770z^2 + 0,7333z - 0,2024}.
\end{aligned}$$

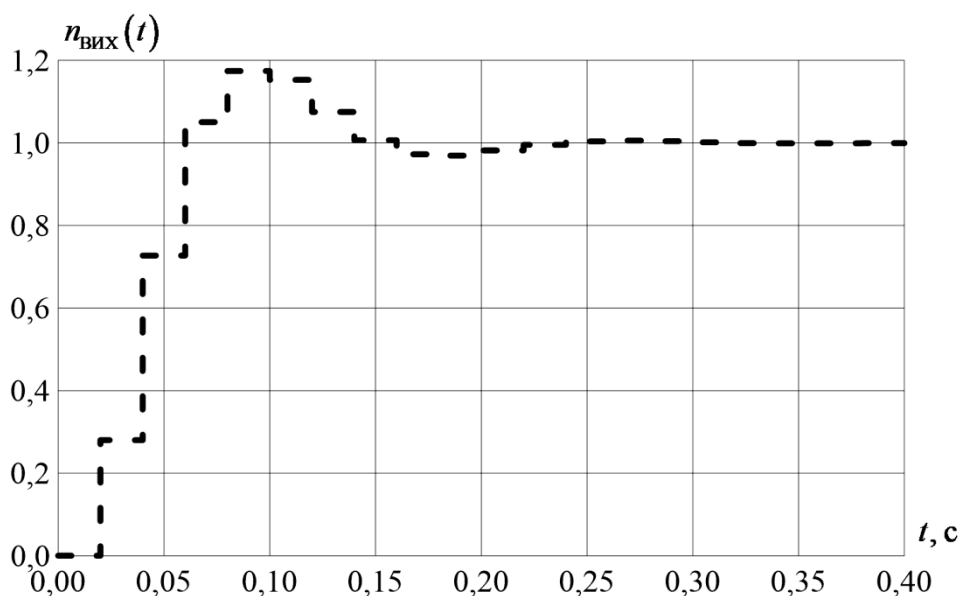
Маючи передатну функцію  $\Phi(z)$ , можна отримати наступну залежність між вхідною послідовністю  $\{n_{\text{ВХ}}(k)\}$  і вихідною послідовністю  $\{n_{\text{ВИХ}}(k)\}$ :

$$\begin{aligned}
&0,6250n_{\text{ВИХ}}(k) - 1,0770n_{\text{ВИХ}}(k-1) + 0,7333n_{\text{ВИХ}}(k-2) - 0,2024 \times \\
&\times n_{\text{ВИХ}}(k-3) = 0,1749n_{\text{ВХ}}(k-1) - 0,0219n_{\text{ВХ}}(k-2) - 0,0741n_{\text{ВХ}}(k-3).
\end{aligned}$$

Звідси

$$\begin{aligned}
n_{\text{ВИХ}}(k) = &1,7233n_{\text{ВИХ}}(k-1) - 1,1733n_{\text{ВИХ}}(k-2) + 0,3238n_{\text{ВИХ}}(k-3) + \\
&+ 0,2798n_{\text{ВХ}}(k-1) - 0,0350n_{\text{ВХ}}(k-2) - 0,1185n_{\text{ВХ}}(k-3).
\end{aligned}$$

Зокрема, для такої послідовності відліків перехідний процес  $n_{\text{ВИХ}}(k)$  (в нормованому вигляді) в цифровому контурі керування електромеханічним приводом шарніра промислового робота по швидкості (отриманий в результаті розрахунку) наведено на рис. 9.7).



**Рисунок 9.7. Перехідний процес  $n_{\text{ВИХ}}(k)$  (в нормованому вигляді) в цифровому контурі керування електромеханічним приводом шарніра промислового робота по швидкості (отриманий в результаті розрахунку)**

Порівнюючи перехідний процес, отриманий в пакеті Simulink (див. рис. 9.5), з перехідним процесом, отриманим в результаті розрахунку (див. рис. 9.7), можна побачити, що вони подібні.

#### 9.4. Питання для самоперевірки

1. Що таке аналого-цифрове перетворення?
2. Що таке цифро-аналогове перетворення?
3. Що таке квантування сигналу (за значенням)?
4. Чим визначається інтервал квантування сигналу (за значенням)?
5. Що таке дискретизація сигналу (за часом)?
6. Чим визначається інтервал дискретизації сигналу (за часом)?
7. Що таке пристрій вибірки і зберігання?
8. Що таке перерегулювання?
9. В чому полягає відмінність цифрового контуру керування від інших контурів керування (наприклад, аналогових)?
10. В чому полягають основні переваги і недоліки цифрового керування?
11. Що таке пряме  $z$ -перетворення?
12. Що таке обернене  $z$ -перетворення?
13. Що таке “Теорема про лінійність”  $z$ -перетворення?
14. Що таке “Теорема про зсув в області оригіналів і зображень”  $z$ -перетворення?
15. Що таке “Теорема про початкове значення”  $z$ -перетворення?
16. Що таке “Теорема про скінченне значення”  $z$ -перетворення?
17. Що таке “Теорема про згортку в області оригіналів і зображень”  $z$ -перетворення?
18. Що таке “Теорема про диференціювання”  $z$ -перетворення?
19. Що таке цифровий ПД-регулятор?
20. Що таке екстраполятора нульового порядку?
21. Що таке екстраполятора першого порядку?
22. Що таке послідовність відліків?
23. Яка відповідність існує між  $s$ -площиною і  $z$ -площиною?

#### 9.5. Рекомендована література

Базова література: [1–4].

Додаткова література: [1–4].

# СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

## Базова література

1. Дудюк Д.Л. Гнучке автоматизоване виробництво і роботизовані комплекси. Навчальний посібник / Д.Л. Дудюк, С.С. Мазепа, М.М. Мисик. – Львів: «Магнолія плюс» СПД ФО В.М. Піча, 2005. – 278 с.
2. Ловейкін В.С. Мехатроніка. Навчальний посібник / В.С. Ловейкін, Ю.О. Ромасевич, Ю.В. Човнюк. – Київ: ЦП «Компринт», 2012. – 358 с.
3. Пелевін Л.Є. Синтез робототехнічних систем в машинобудуванні. Підручник / Л.Є. Пелевін, К.І. Почка, О.М. Гаркавенко, Д.О. Міщук, І.В. Русан. – Київ: ТОВ «НВП «Інтерсервіс»», 2016. – 258 с.
4. Цвіркун Л.І. Робототехніка та мехатроніка. Навчальний посібник / Л.І. Цвіркун, Г. Грулер. – Нац. гірничий ун-т. – 3-тє вид., перероб. і доп. – Дніпро: НГУ, 2017. – 224 с.

## Додаткова література

1. Пелевін Л.Є. Гідравліка, гідромашини та гідропневмоавтоматика / Л.Є. Пелевін, Д.О. Міщук, В.П. Рашківський, Є.В. Горбатюк, Г.О. Аржаєв, В.Ф. Красніков. – Київ: КНУБА, МОНУ, 2015. – 340 с.
2. Пелевін Л.Є. Мехатронні системи гідропневмоавтоматики / Л.Є. Пелевін, М.М. Балака, Г.О. Аржаєв. – Київ: Аграр Медіа Груп, 2014. – 192 с.
3. Попович М.Г. Електромеханічні системи автоматичного керування та електропривод / М.Г. Попович, О.Ю. Лозинський, В.Б. Клепіков. – Київ: Либідь, 2005. – 678 с.
4. Ямпольський Л.С. Гнучкі комп'ютеризовані системи: проектування, моделювання і управління. Підручник / Л.С. Ямпольський, П.П. Мельничук, Б.Б. Самотокін, М.М. Поліщук, М.М. Ткач, К.Б. Остапченко, О.І. Лісовиченко. – Житомир: ЖДТУ, 2005. – 680 с.