

# Лекція 7. Двійкові коди в МПТ: частина 2

- 7.1 Подання раціональних чисел в двійко-вому кодї з фіксованою комою
- 7.2 Подання раціональних чисел в двійко-вому кодї з плаваючою комою.
- 7.3 Подання десяткових чисел.
- 7.4 Підсумовування двійково-десяткових чисел.
- 7.5 Шістнадцяткова система числення.

# Подання раціональних чисел в двійковому коді з фіксованою комою

Раціональні числа можуть бути *беззнаковими і знаковими*. Для двійкового представлення знакових раціональних чисел використовуються *прямі, зворотні і додаткові коди*. Принцип їх побудови точно такий же, як і для цілих чисел.

Розглядаючи цілі числа, припускають, що в двійковому числі кома, яка розділяє цілу і дробову частини, знаходиться правіше наймолодшого розряду.

По домовленості **кома**, що розділяє цілу і дробову частини двійкового числа, **може знаходитися за будь-яким розрядом числа**, наприклад, зліва за самим старшим розрядом, тоді записуються тільки дробові частини чисел, або посередині, тоді числа, які представляються мають як цілу, так і дробову частини.

*Формат 8-розрядного дробового беззнакового двійкового коду*

$2^{-1}$   $2^{-2}$   $2^{-3}$   $2^{-4}$   $2^{-5}$   $2^{-6}$   $2^{-7}$   $2^{-8}$

1	1	1	1	1	1	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---

Максимально возможное число (0,9960938)

...

0	0	0	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---

Минимально возможное число (0)

*Формат 8-розрядного змішаного беззнакового двійкового коду*

$2^3$   $2^2$   $2^1$   $2^0$   $2^{-1}$   $2^{-2}$   $2^{-3}$   $2^{-4}$

1	1	1	1	1	1	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---

Максимально возможное число (15,9375)

...

0	0	0	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---

Минимально возможное число (0)

# Подання раціональних чисел в двійковому кодї з плаваючою комою

Обробка дуже великих чисел або дуже малих. Крім того, досить часто немає необхідності при великих об'єму, вазі, відстанях тощо мати точність до мл, мг, мм тощо. В таких випадках числа з фіксованою комою неефективні.

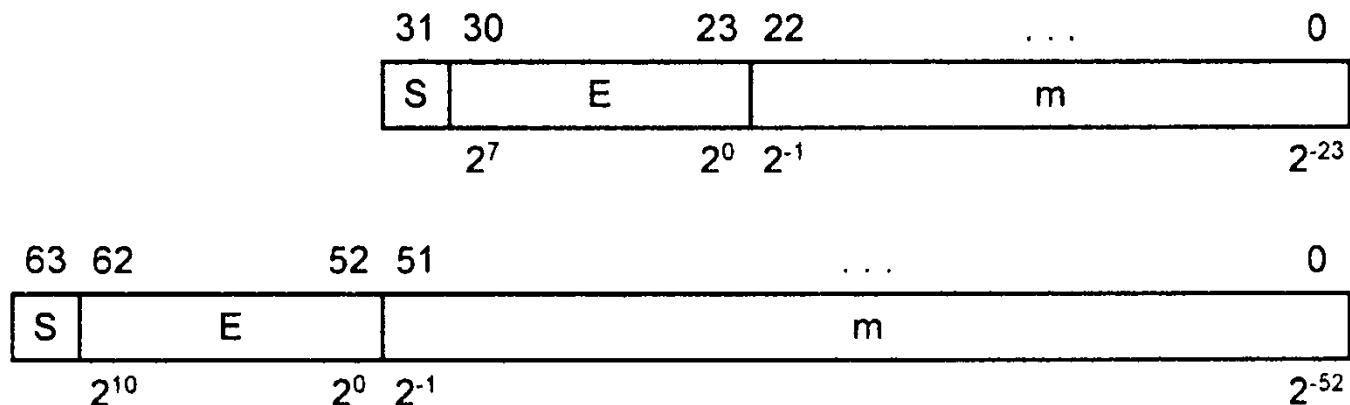
В десятковій арифметиці число записується у вигляді мантиси, помноженої на 10 у степені, що відображає порядок числа:  $2 \times 10^5$ ;  $1,6 \times 10^{-38}$  (стандартний вид числа).

*У двійковій арифметиці теж використовується схожа форма запису чисел – подання з плаваючою комою (точкою).*

Стандарт **IEEE 754** для подання чисел з одинарної точністю (float) і з подвійною точністю (double) – **промисловий стандарт для представлення чисел з плаваючою комою у комп'ютерах.**

Для запису числа в форматі з плаваючою комою *одинарної точності потрібно 32-бітове слово. Для запису чисел з подвійною точністю потрібно 64-бітове слово.*

*Формати одинарної точності і подвійною точності числа з плаваючою комою*



# **Подання раціональних чисел в двійковому кодї з плаваючою комою**

Над полями числа з плаваючою комою показаний номер двійкового розряду, а внизу двійкова вага кожного розряду. При цьому буквою *S* позначений знак числа, *0* – це позитивне число, *1* – від'ємне число, *e* позначає зміщений порядок числа. Зміщення потрібно, щоб не вводити в число ще один знак. Зміщений порядок – завжди позитивне число. У форматі одинарної точності для порядку виділено 8 бітів. Для зміщеного порядку подвійної точності відводиться 11 бітів. Для формату одинарної точності прийнято зміщення 127, а для формату подвійної точності – 1023. В десятковій мантисі числа стандартного виду старший розряд – це цифра від 1 до 9. Старший розряд двійкової мантиси – завжди 1. Тому для зберігання старшої одиниці двійкової мантиси не виділяється окремий біт. Одиниця мається на увазі, як і кома, що відокремлює дробову частину від цілої. Крім того, в форматі чисел з плаваючою точкою прийнято, що мантиса завжди більше 1. Тобто значення мантиси лежать в діапазоні від 1 до 2.

Для того щоб записати нуль, достатньо записати в зміщений порядок число  $00000000_2$ . Значення мантиси при цьому не має значення. Число, в якому все байти рівні 0, теж потрапляє в цей діапазон значень.

Нескінченність відповідає зміщеному порядку 1111111 в і мантисі, рівній 1,0. При цьому існує мінус нескінченність і плюс нескінченність (переповнення і антипереповнення), які часто відображаються на екрані монітора як + INF і -INF. При такому значенні порядку всі інші комбінації бітів в мантисі (в тому числі і всі одиниці) сприймаються як не числа і відображуються на екрані як NaN.

# **Подання раціональних чисел в двійковому кодї з плаваючою комою**

**Розглянемо кілька прикладів:**

1. Визначити число з плаваючою комою, що міститься в чотирьох сусідніх байтах:

**11000001 01001000 00000000 00000000**

Знаковий біт, що дорівнює 1, показує, що число від'ємне.

Експонента 10000010 в десятковому вигляді відповідає числу 130. Віднявши число 127 (зміщення) з 130, отримаємо число 3.

Тепер напишемо мантису з урахуванням неявної одиниці:

$$100\ 1000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000 = 1,1001$$

Як результат, визначимо десяткове число:  $1100,1_2 = 12,5_{10}$ .

2. Визначити число з плаваючою комою, що міститься в чотирьох сусідніх байтах:

**11000011 00110100 00000000 00000000**

Знаковий біт, що дорівнює 1, показує, що число від'ємне.

Експонента 10000110 в десятковому вигляді відповідає числу 134. Віднявши число 127 (зміщення) з 134, отримаємо число 7.

Тепер напишемо мантису з урахуванням неявної одиниці:

$$011\ 0100\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000 = 1,01101$$

Як результат, визначимо десяткове число:  $10110100_2 = 180_{10}$ .

## Подання десяткових чисел

Іноді буває зручно зберігати числа в пам'яті процесора в десятковому вигляді (наприклад, для виведення на екран дисплея). Для подання таких чисел використовуються двійково-десяткові коди (ДДК). Цифра одного десяткового розряду видається за допомогою чотирьох двійкових бітів, які називаються тетрадой. За допомогою чотирьох бітів можна закодувати 16 цифр. Зайві комбінації в ДДК є забороненими.

Двоично-десятичний код				Десятичний код
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	2
0	0	1	1	3
0	1	0	0	4
0	1	0	1	5
0	1	1	0	6
0	1	1	1	7
1	0	0	0	8
1	0	0	1	9

1258 = 0001 0010 0101 1000

589 = 0000 0101 1000 1001

36 = 0000 0000 0011 0110

Досить часто в пам'яті процесора для зберігання однієї десяткової цифри виділяється одна комірка пам'яті (8-, 16- або 32-розрядна). Це робиться для підвищення швидкості роботи програми. Щоб відрізнити таке уявлення двійковий-десяткового числа від стандартного, останній називають упакованою формою двійковий-десяткового числа.

## Підсумовування двійково-десяткових чисел

Підсумовування двійковій-десяткових чисел можна виробляти по правилам звичайної двійкової арифметики, а потім виконувати двійкову десяткову корекцію, яка уявляє собою перевірку кожної тетради на допустимість її коду. Якщо в якій-небудь тетрадї виявляється заборонена комбінація або було перенесення в старшу тетраду, то це говорить про переповнення. У цьому випадку необхідно провести двійково-десяткову корекцію.

**Двійково-десяткова корекція полягає в додатковому підсумовуванні числа 6 (число заборонених комбінацій) з тетрадєю, в якій сталося переповнення.**

$$\begin{array}{r} 0001\ 1000 \\ + 0001\ 0011 \\ \hline 0010\ 1011 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 0010\ 1011 \\ + 0000\ 0110 \\ \hline 0011\ 0001 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0001\ 1001 \\ + 0001\ 1001 \\ \hline 0011\ 0010 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 0011\ 0010 \\ + 0000\ 0110 \\ \hline 0011\ 1000 \end{array}$$

Підсумовуємо десяткове число 18, що записується в ДДК як 0001 1000 і десяткове число 13, ДДК 0001 0011. Очікуваний результат 31.

В результаті виконання двійкового підсумовування отримаємо число 0010 1011 .

Молодша тетрада містить заборонену комбінацію. Це означає, що необхідно виконати десяткову корекцію. Додаємо до молодшої тетради код корекції 6. В результаті другого двійкового підсумовування отримуємо 31.

Підсумуємо два десяткових числа 19 в ДДК 0001 1001. Очікуваний результат 38.

В результаті виконання двійкового підсумовування отримаємо число 0011 0010. В цьому випадку заборонених комбінацій немає. Але зате було перенесення в старшу тетраду, в цьому випадку необхідно виконати десяткову корекцію. Додаємо до молодшої тетради код корекції 6. В результаті другого двійкового підсумовування отримуємо 38.

# Шістнадцяткова система числення

Шістнадцяткова система числення є системою з основою 16 та містить 16 символів:

**0,1,2,3,4,5,6,7, 8,9, A, Я, C, Д E, F.** В таблиці наведено двійкові та шістнадцяткові еквіваленти 16 перших десяткових чисел. Кожну шістнадцяткову цифру подають єдиною комбінацією чотирьох двійкових цифр. Так, шістнадцятковим еквівалентом двійкового числа  $10011110_2$  є число  $9E_{16}$ . Це означає, що старшу тетраду (4 старші розряди)  $1001$  двійкового числа записують як  $9_{16}$ , а молодшу тетраду  $1110$  - як  $E_{16}$ .

Десяткове число		Шістнадцятковий еквівалент	Двійковий еквівалент			
Значення ваг позицій						
$10^1$	$10^0$	$16^0$	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$
0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	1
0	2	2	0	0	1	0
0	3	3	0	0	1	1
0	4	4	0	1	0	0
0	5	5	0	1	0	1
0	6	6	0	1	1	0
0	7	7	0	1	1	1
0	8	8	1	0	0	0
0	9	9	1	0	0	1
1	0	A	1	0	1	0
1	1	B	1	0	1	1
1	2	C	1	1	0	0
1	3	D	1	1	0	1
1	4	E	1	1	1	0
1	5	F	1	1	1	1